BAB II

TEORI DASAR INTERFERENSI

2.1. Umum

Pada proses terjadinya interferensi menggunakan prinsip superposisi yaitu jika dua atau lebih gelombang merambat pada medium yang sama maka amplitudo sinyal total pada medium adalah jumlah amplitudo sinyal oleh masing-masing gelombang.

2.2. Interferensi Dua Gerak Harmonik Sederhana Dengan Arah Sama, Frekuensi Sama, Fase Berbeda

Sebuah partikel yang bergerak sepanjang sumbu X disebut bergerak harmonik sederhana bila perpindahan partikel X relatif terhadap titik asal sistem koordinat dinyatakan sebagai fungsi waktu melalui persamaan:

$$X = A \cos(\omega t + \alpha) \qquad \text{..... (2.1)}$$

dimana: A= simpang maksimum dari titik asal (amplitudo)

$\omega t + \alpha$ = fase osilasi

α = fase awal

Perpindahan partikel X yang disebabkan oleh dua gerak harmonik sederhana dinyatakan oleh:

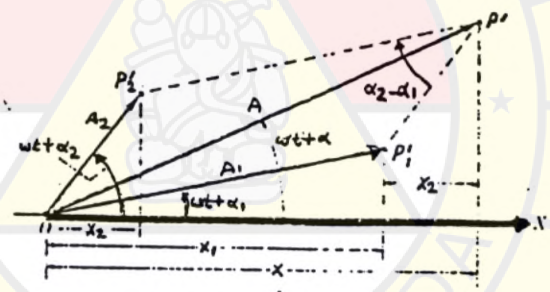
$X_1 = OP_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ dan

$X_2 = OP_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$

Hasil perpindahannya adalah:

$$X = OP = X_1 + X_2$$

$$= A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \qquad \text{..... (2.2)}$$



Gambar 2.1. Penjumlahan dua gerak harmonik sederhana dengan frekuensi sama

Karena sudut $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$ yang dibentuk antara $\overrightarrow{OP'_1}$ dan $\overrightarrow{OP'_2}$ mempunyai nilai tertentu, maka $\overrightarrow{OP'}$ mempunyai besar amplitudo yang konstan yaitu A, dan juga berputar terhadap O dengan kecepatan *angular* ω Perputaran (rotasi) $\overrightarrow{OP'}$ menghasilkan gerak harmonik sederhana dengan frekuensi *angular* ω. Untuk X = OP dapat ditulis $X = A \cos(\omega t + \alpha)$. Amplitudo A sebagai resultan dua vektor dengan sudut $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$, adalah

$$A = (A^2_1 + A^2_2 + 2A_1A_2 \cos \delta)^{1/2} \qquad .....(2.3)$$

Jika kedua gerak sefase maka $\alpha_2 = \alpha_1$ dan $\delta = 0$, sehingga vektor rotasinya paralel dan amplitudonya adalah :

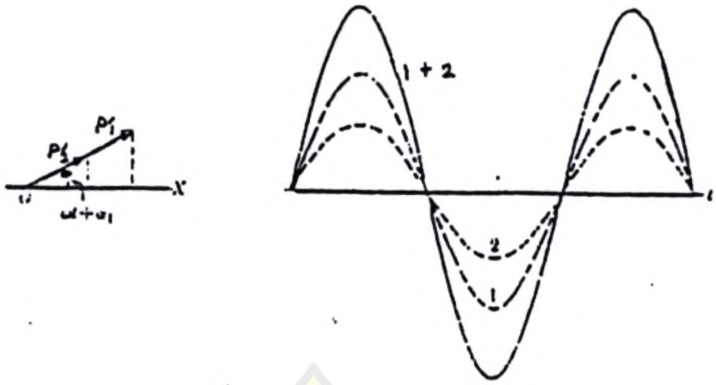
$$A = (A^2_1 + A^2_2 + 2A_1A_2 \cos 0)^{1/2}$$

$$= (A^2_1 + A^2_2 + 2A_1A_2)^{1/2}$$

$$= ((A_1 + A_2)^2)^{1/2}$$

$$A = A_1 + A_2$$

Kedua gerak harmonik sederhana tersebut mengalami interferensi konstruktif karena kedua amplitudonya bertambah seperti pada gambar 2.2.



Gambar 2.2. Penjumlahan dua gerak harmonik sederhana yang sefase

Jika kedua gerak mempunyai perbedaan fase sebesar π maka

$\alpha_2 = \alpha_1 + \pi$ dan $\delta = \pi$, sehingga vektor rotasinya anti paralel dan amplitudonya adalah :

$$A = (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \pi)^{1/2}$$

$$= (A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2)^{1/2}$$

$$= ((A_1 - A_2)^2)^{1/2}$$

$$A = A_1 - A_2$$

Gambar 2.3. Penjumlahan dua gerak harmonik sederhana yang berlawanan

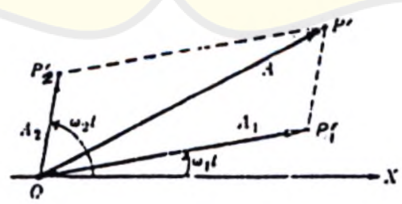
Kedua gerak harmonik sederhana mengalami interferensi destruktif karena amplitudonya berkurang.

2.3. Interferensi Dua Gerak Harmonik Sederhana Dengan Arah Sama, Frekuensi Berbeda

Bila dua gerak harmonis mulai bergerak dari sudut = 0 yaitu $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, maka gerak dinyatakan oleh persamaan $X_1 = A_1 \cos \omega_1 t$ dan $X_2 = A_2 \cos \omega_2 t$. Dengan frekuensi yang berbeda ω_1 dan ω_2, sudut antara $\overrightarrow{OP'_1}$ dan $\overrightarrow{OP'_2}$ adalah $(\omega_1 - \omega_2)\,t$ dan tidak konstan, sehingga $\overrightarrow{OP'}$ tidak mempunyai panjang yang tetap dan tidak berotasi dengan kecepatan *angular* yang tetap. Hasil amplitudo gelombang (A) adalah

$$A = (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t)^{1/2} \qquad 2.4$$

Amplitudo tersebut bergetar antara nilai $A = A_1 + A_2$ [ketika $(\omega_1 - \omega_2)\,t = 2n\pi$] dan $A = A_1 - A_2$ [ketika $(\omega_1 - \omega_2)\,t = 2n\pi + \pi$]



Gambar 2.4. Penjumlahan dua gerak harmonik sederhana dengan frekuensi berbeda

Bila $A_1 = A_2$, maka akan dihasilkan perpindahan partikel

$$X = X_1 + X_2$$

$$= A_1 (\text{Cos } \omega_1 t + \text{Cos } \omega_2 t)$$

$$= 2 A_1 \text{Cos } \tfrac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) t \text{ Cos } \tfrac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) t \qquad \text{.....(2.5)}$$

Persamaan tersebut menyatakan getaran dengan frekuensi anguler $\frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2)$ dan amplitudo, $A = 2 A_1 \text{Cos } \frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) t$.

Bila dua gelombang dengan amplitudo sama, arah sama, frekuensi hampir sama (berbeda beberapa hertz), persamaan gelombangnya masing-masing adalah

$Y_1 = A_0 \text{ Cos } 2\pi f_1 t$ dan $Y_2 = A_0 \text{ Cos } 2\pi f_2 t$

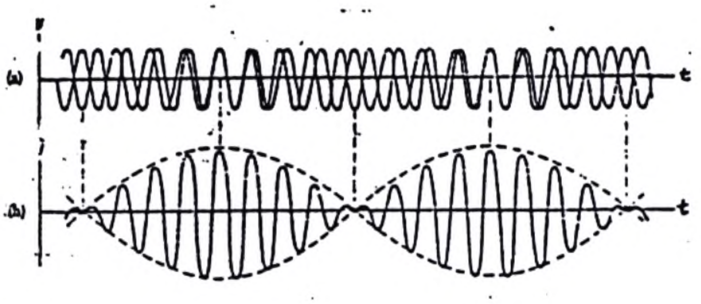
Sehingga persamaan interferensi gelombangnya adalah:

$$Y = Y1 + Y2$$

$$= A_0 (\text{Cos } 2\pi f_1 t + \text{Cos } 2\pi f_2 t)$$

$$= 2 A_0 \text{ Cos } 2\pi \frac{(f_1 - f_2)}{2} t \text{ Cos} 2\pi \frac{(f_1 + f_2)}{2} t \qquad \text{......(2.6)}$$

Dari persamaan interferensi di atas didapatkan getaran dengan frekuensi $(f_1 + f_2) /2$ atau frekuensi rata-rata dari kedua gelombang, amplitudo $(A) = 2 A_0 \text{ Cos } 2\pi [(f_1 - f_2)/2] t$



Gambar 2.5. (a) Dua gelombang dengan frekuensi hampir sama

(b) Superposisi dari dua gelombang

2.4 Deret Fourier Kosinus

Untuk menganalisa interferensi pada suatu gelombang radio, tidak akan terlepas dari harmonisa frekuensi. Hal ini dapat ditunjukkan melalui bentuk deret fourier.

Suatu deret fourier kosinus merupakan deret fourier bagi suatu fungsi genap f (x) yang berperiode 2π.

$$F(x) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \qquad \ldots..(2.7)$$

$n = 1, 2, 3, \ldots$

Dengan koefisien-koefisien:

$$a_0 = 1/\pi \int_0^{\pi} f(x)\, dx$$

$$a_n = 2/\pi \int_0^{\pi} f(x) \cos nx\, dx,$$

Sebagai contoh untuk f (x) = cos x, maka nilai koefisien-koefisiennya, sebagai berikut:

$$a_0 = 1/\pi \int_0^{\pi} f(x)\, dx$$

$$= 1/\pi \int_0^{\pi} \cos x\, dx$$

$$= 1/\pi \mid \sin x \mid_0^{\pi}$$

$$a_n = 2/\pi \int_0^{\pi} f(x) \cos nx\, dx,$$

$$= 2/\pi \int_0^{\pi} \cos x . \cos nx\, dx$$

$$= 1/\pi \int_0^{\pi} \{ \cos (x + nx) + \cos (x - nx) \}\, dx$$

$$= 1/\pi \left[\{ \sin (n + 1)x / n + 1 \} + \{ \sin (n - 1)x / n - 1 \} \right]_0^{\pi}$$

2.5 Interferensi Pada Penerimaan FM

a. Interferensi antara dua sinyal pembawa tidak dimodulasi

Misalkan sinyal yang diinginkan adalah cos $\omega_c t$ dan sinyal yang menginterferensi adalah $\rho \cos (\omega_c + \omega_d)t$, dimana :

ρ (amplitudo sinyal yang menginterferensi) < 1,

ω_c (frekuensi sudut dari sinyal pembawa tidak dimodulasi),

ω_d (selisih frekuensi sudut antara sinyal yang diinginkan dengan sinyal yang menginterferensi), $\omega_d << \omega_c$.

Penjumlahan secara vektor dari sinyal pembawa tidak dimodulasi seperti ditunjukkan pada gambar 2.6., hasil resultan $[e_r(t)]$ yaitu dinyatakan oleh:

$e_r(t) = \cos \omega_c t + \rho \cos(\omega_c + \omega_d)\, t$

$$= A(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \qquad \ldots(2.8)$$

dimana amplitudonya adalah:

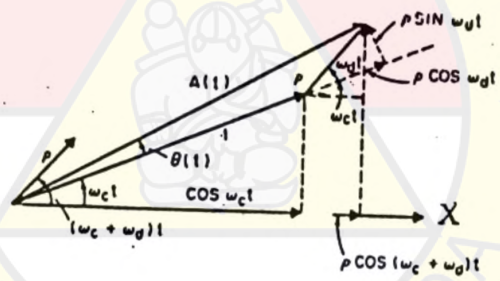
$A(t) = (1 + \rho^2 + 2\rho \cos \omega_d t)^{1/2}$

Untuk $\rho \ll 1$ maka $A(t) \simeq 1 + \rho \cos \omega_d t$

dan sudut fase: $\theta(t) = \arctan[\rho \sin \omega_d t / 1 + \rho \cos \omega_d t]$

Jadi, $e_r(t) = 1 + \rho \cos \omega_d t \cos\{\omega_c t + \arctan[\rho \sin \omega_d t /$

$1 + \rho \cos \omega_d t]\}$ $\qquad \ldots(2.9)$



Gambar 2.6. Penjumlahan vektor dari sinyal pembawa tidak dimodulasi

Frekuensi yang dihasilkan dari resultan, diberikan oleh:

$\omega_i(t) = \omega_c + [d\theta(t) / dt]$

b. Interferensi antara dua sinyal pembawa dimodulasi secara FM

Dua sinyal yang saling menginterferensi dimisalkan:

$e_r(t) = \cos \Psi_1(t) = \cos(\omega_1 t + \beta_1 \sin pt)$

$e_2(t) = \rho \cos \Psi_2(t) = \rho \cos(\omega_2 t + \beta_2 \sin qt + \Psi_0)$

Amplitudo yang dihasilkan dari resultan $e_r(t) = A(t) \cos \Phi(t)$ ..(2.10)

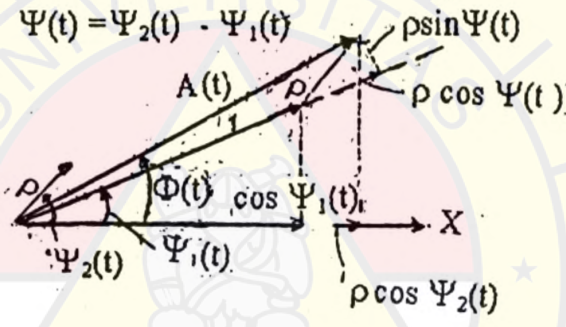
adalah

$A(t) = (1 + \rho^2 + 2\rho \cos \Psi(t))^{1/2}$

$\Psi(t) = \Psi_2(t) - \Psi_1(t)$

Sudut fase yang dihasilkan dari resultan adalah:

$\Phi(t) = \Psi_1(t) + \arctan[\rho \sin \Psi(t) / 1 + \rho \cos \Psi(t)]$



Gambar 2.7. Penjumlahan vektor dari dua sinyal pembawa dimodulasi

Frekuensi yang dihasilkan dari resultan dua sinyal frekuensi dimodulasi adalah:

$\omega_i(t) = d\Phi(t) / dt$