

## BAB II

### DASAR TEORI

#### 2.1. PENGERTIAN UMUM PUTARAN KRITIS

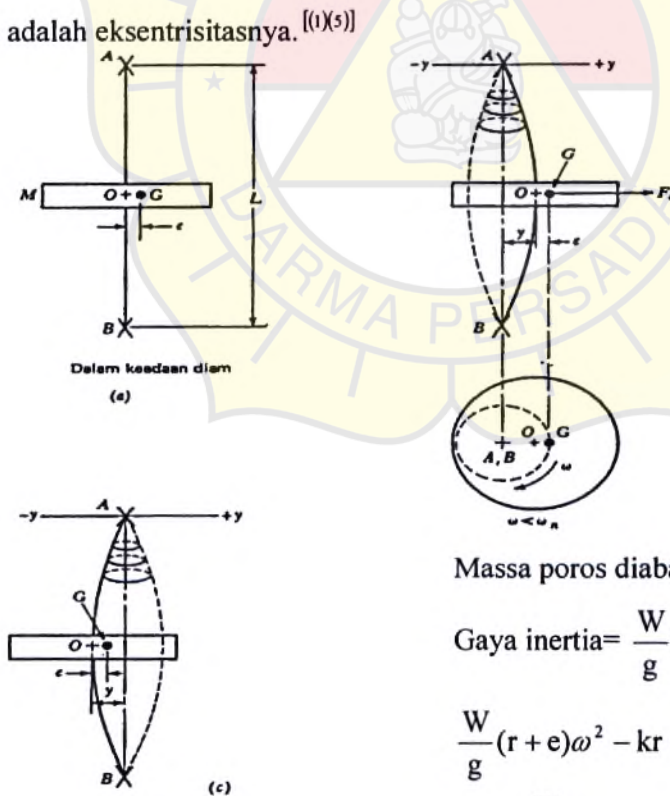
Suatu fenomena yang dapat terjadi pada poros-poros yang berputar pada suatu kecepatan tertentu adalah getaran yang berlebihan, meskipun dapat terjadi bahwa poros tersebut berputar sangat halus pada kecepatan-kecepatan lain. Bila getaran berlebihan, dapat terjadi hal-hal seperti poros patah, bantalan rusak, bagian-bagian mesin tidak dapat bekerja baik seperti pada sudu-sudu turbin di mana *clearance* antara sudu dan rumah turbin sangat kecil. Getaran pada poros dapat berupa "Whirling" atau *getaran torsi* atau kombinasi keduanya. Secara umum untuk dapat terjadi getaran pada suatu sistem diperlukan minimum 2 hal yaitu *massa* dan *elastisitas* sistem.

Pada kecepatan tertentu sebuah poros diketahui memberikan getaran lateral yang berkelebihan. Kecepatan sudut dari suatu poros di mana hal ini terjadi disebut *kecepatan kritis* atau *kecepatan putaran kritis* (*critical speed* atau *critical whirling speed*). Pada suatu kecepatan kritis, lenturan (*deflection*) dari poros menjadi berlebihan dan dapat menyebabkan perubahan bentuk (deformasi) yang permanen atau strukturnya rusak sebagai contoh cakera (sudu-sudu) rotor dari turbin mungkin akan menyentuh cakera yang tetap. Lenturan poros yang besar yang terjadi pada kecepatan kritis dapat menyebabkan reaksi bantalan yang besar dan dapat menyebabkan kerusakan pada bantalan atau kerusakan pada struktur dari pendukung bantalan. Gejala ini dapat terjadi bahkan pada rotor-rotor yang

telah dibuat seimbang secara teliti. Sebuah mesin tidak akan pernah dapat beroperasi dalam suatu lama waktu tertentu pada suatu kecepatan yang dekat dengan kecepatan kritis. Oleh sebab itu sebuah poros pada rotor harus dirancang sehingga kecepatan kritisnya tidak akan lama dengan kecepatan operasinya.

## 2.2. POROS DENGAN SEBUAH LEMPENGAN TUNGGAL

Pada poros yang ada dalam Gambar 2.1(a), yang mempunyai lempeng dengan massa  $M$  yang terletak di antara bantalan-bantalannya. Dalam pembahasan berikut, kita akan menganggap bahwa massa dari poros diabaikan dibanding dengan massa dari lempeng. Titik  $O$  terletak pada sumbu poros, dan  $G$  adalah titik pusat massa dari lempeng. Selanjutnya jarak  $e$  adalah eksentrisitasnya. <sup>[(1)(5)]</sup>



Gambar 2.1

Massa poros diabaikan

$$\text{Gaya inertia} = \frac{W}{g}(r + e)\omega^2$$

$$\frac{W}{g}(r + e)\omega^2 - kr = 0$$

$$\frac{r}{e} = \frac{\frac{W}{g}\omega^2}{k - \frac{W}{g}\omega^2}$$

Dalam Gambar 2.1(b) porosnya berputar dan gaya sentrifugal  $F_c$  bekerja secara radial keluar melalui  $G$  menyebabkan poros membengkok seperti terlihat dalam gambar. Gaya sentrifugal adalah sama dengan massa dari lempeng dikalikan percepatan normal dari titik  $G$ ; karena percepatan normal sama dengan jari-jari putaran kali  $\omega^2$ , [(1)(5)]

$$F_c = Ma = M(y + e)\omega^2 \quad (2-1)$$

di mana  $\omega$  adalah kecepatan poros dalam radian per detik dan  $y$  adalah lenturan dari poros di mana lempeng terletak. Poros tersebut berperilaku seperti sebuah pegas dan untuk lenturan  $y$ , ia akan melakukan gaya lawan  $ky$ , di mana  $k$  adalah tetap pegas dari poros sama dengan sentrifugal dan oleh karena itu : [(1)(5)]

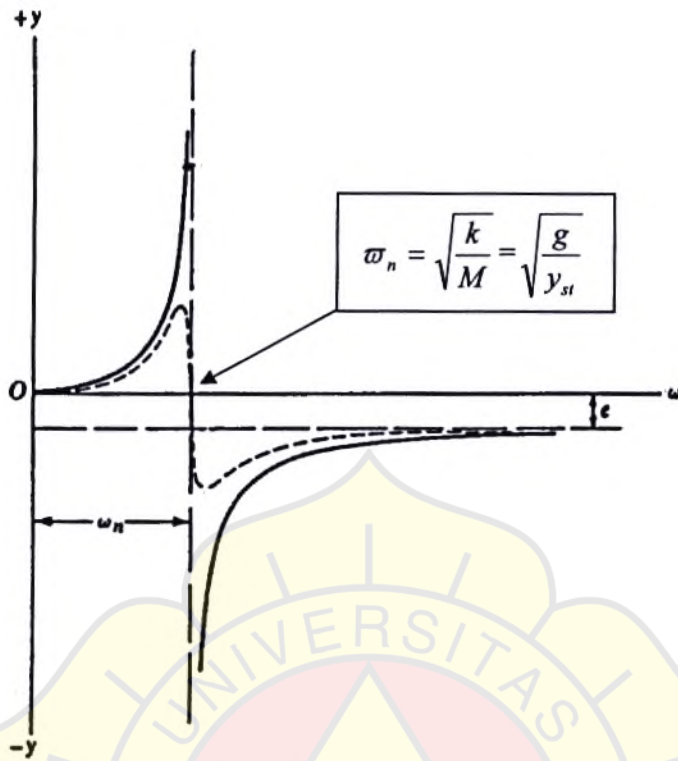
di mana

$$ky = M(y + e)\omega^2$$

$$y = \frac{e\omega^2}{(k/M) - \omega^2} \quad (2-2)$$

Gambar 2.2, suatu kurva dari garis utuh adalah merupakan gambaran dari persamaan (2-2). Dari persamaan tersebut kita lihat bahwa pada waktu  $\omega = \text{nol}$ ,  $y = \text{nol}$ , dan pada waktu  $\omega^2 = k/M$ , penyebutnya menjadi nol dan  $y$  menjadi tak terhingga. Harga  $\omega$  ini dikenal sebagai *kecepatan kritis*  $\omega_n$  (critical speed  $\omega_n$ ) dan karena itu : [(1)(5)]

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (2-3)$$



**Gambar 2.2**

di mana  $M$  adalah massa dari lempeng. Juga, kita melihat bahwa untuk harga-harga  $\omega > \omega_n$ , penyebut dari persamaan (2-2) menjadi negatif, dan selanjutnya  $y$  menjadi negatif seperti ditunjukkan oleh cabang sebelah kanan dari kurva garis utuh. Selanjutnya kita melihat dari persamaan (2-2) bahwa pada waktu  $\omega$  menjadi sangat besar,  $y$  akan menuju  $-e$ .

Dalam analisa ini kita telah mengabaikan efek meredam dari tahanan udara bekerja pada poros dan lempeng. Karena efek meredam ini lenturan poros tidak menjadi tak terhingga pada kecepatan kritisnya dan sebuah gambar dari lenturan yang nyata,  $\omega$  ditunjukkan oleh kurva garis terputus-putus dari Gambar 2.2. Efek dari peredam merubah kecepatan kritis meskipun tidak sangat berarti.

Dari Gambar 2.2 kita melihat bahwa jika  $\omega < \omega_n$ ,  $y$  akan menjadi positif dan bentuk (konfigurasi) dari poros akan seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.1(b). Jika  $m$  konstan,  $y$  akan konstan, dan titik pusat poros akan tetap pada posisi bengkok yang tetap berputar mengelilingi sumbu  $AB$ , melukiskan putaran dari permukaan poros.

Dari Gambar 2.2, kita juga melihat bahwa jika  $\omega > \omega_n$ ,  $y$  akan negatif, dan oleh karena itu poros akan melentur (bengkok) dalam arah yang berlawanan. Bentuknya kemudian seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.1(c), di mana  $y$  negatif. Seperti diketahui dari penyelidikan bahwa sisi dari poros yang cembung di bawah kecepatan kritis menjadi sisi cekung pada kecepatan di atas kecepatan kritis. Sebuah kapur yang kita sentuhkan dengan pinggir dari lempeng akan membuat suatu tanda pada sisi yang berat. Pada kecepatan di atas kecepatan kritis kapur dengan warna lain akan dapat memberi tanda pada sisi yang ringan. Sebelumnya kita melihat dari persamaan (2.2) bahwa untuk harga yang sangat besar dari  $\omega$ ,  $y$  menuju  $-e$ . Oleh karena itu dari Gambar 2.1(c) kita melihat bahwa titik pusat massa dari lempeng kemudian menuju sumbu putaran  $AB$ . Hal ini menerangkan mengapa sebuah rotor yang dioperasikan jauh di atas kecepatan kritis bekerja dengan mulus.

Kita telah melihat bahwa poros mudah melentur, ia membengkok dalam arah yang berlawanan sewaktu ia melewati kecepatan kritisnya. Jadi pada kecepatan kritis poros akan bergetar dengan frekuensi yang sama dengan yang ia punyai, jika ia tidak berputar tetapi bergetar secara melintang (transversal) seperti sebuah batang.

Dari Gambar 2.2 kita melihat bahwa pada kecepatan yang dekat dengan kecepatan kritis dari poros, lenturan akan besar dan dari persamaan (2.1) kita melihat bahwa hal ini membuat gaya sentrifugal yang besar, dan oleh karena itu gaya-gaya pada bantalan-bantalan akan cukup besar. Karena gaya-gaya ini berubah arah bersama-sama dengan gaya sentrifugal, kerangka dari mesin yang mendukung bantalan akan bergetar. Di samping suara yang disebabkan oleh getaran yang tidak dikehendaki, berbagai tegangan pada bantalan dan kerangka dari mesin dapat menimbulkan kerusakan pada struktur. Sebagai tambahan, lenturan poros yang besar pada kecepatan yang dekat dengan kecepatan kritis dapat menyebabkan perubahan bentuk yang permanen pada poros atau daerah kontak antara rotor dan rumahnya. Simpangan (amplitudo) dari getaran pada kecepatan-kecepatan kritis mencapai keadaan yang membahayakan hanya jika amplitudo dari getaran terjadi pada waktu yang relatif cukup lama. Oleh karena itu jika mesin dipercepat pada waktu melalui kecepatan kritisnya, besar dari amplitudonya masih diperkenankan. Mesin seperti centrifuges atau suatu turbin kecepatan tinggi, normalnya beroperasi pada suatu kecepatan yang benar-benar di atas kecepatan kritisnya dan diantar ke kecepatan operasinya melalui kecepatan kritisnya secara cepat.

Dalam persamaan (2-3),  $k = F/y$ ,  $k = Mg /y_{st}$ , dan oleh karena itu

[(1)(5)]

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{y_{st}}} \quad (2-4)$$

Persamaan (2-4) adalah umum dan berlaku untuk poros-poros yang diabaikan massanya yang mempunyai suatu lempeng tunggal yang dipasangkan di manapun juga sepanjang poros,  $y_{st}$  = adalah lenturan statis dari poros pada lempeng, pada waktu poros diletakkan secara horisontal dan dihasilkan oleh gaya berat  $M_g$  yang bekerja pada lempeng.

Sebuah poros yang ditopangkan pada bantalan peluru dapat dianggap sebagai suatu sistem topangan yang sederhana; jika ia ditopangkan pada bantalan luncur ia dapat dianggap didukung sebagai batang yang dijepit.

Untuk suatu lempeng dengan massa  $M$ , yang didukung antara bantalan-bantalan pada poros yang diabaikan massanya dan diletakkan pada jarak  $a$  dari bantalan sebelah kiri dan berjarak  $b$  dari bantalan sebelah kanan dan di mana bantalan-bantalan adalah bantalan-bantalan peluru, <sup>[(1)(5)]</sup>

$$y_{st} = \frac{Mga^2b^2}{3EIL}$$

dari persamaan (2-4),

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EIL}{Ma^2b^2}} \quad (2-5)$$

di mana  $\omega_n$  =kecepatan kritis, rad/det

$F$  = modulus kekenyalan dari poros, Pa

$I$  = momen kelembaman dari luar penampang poros  $\pi d^4 / 64$  di mana

$d$  = diameter poros

$g$  = percepatan gaya tarik bumi = 9,806 m/det<sup>2</sup>

$M$  = massa dari lempeng, kg

$L$  = jarak antara bantalan-bantalan, m

Untuk kondisi-kondisi seperti di atas, kecuali yang menggunakan bantalan-bantalan luncur, [(1)(5)]

$$y_{st} = \frac{Mga^3b^3}{3EIL^3}$$

dan

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EIL^3}{Ma^3b^3}} \quad (2-6)$$

### 2.3. KECEPATAN KRITIS DARI SEBUAH POROS YANG MEMPUNYAI DIAMETER RATA

Kecepatan kritis dari sebuah poros yang mendukung massa yang terbagi secara merata, atau sebuah poros yang mendukung sesuatu tanpa massa kecuali massanya sendiri, dapat ditemukan dengan menganggap poros tersebut seolah-olah dibuat dari sejumlah massa yang pendek-pendek dan diketahui besarnya. Kecepatan kritis dari poros yang tidak bermassa yang mengangkat massa-massa terpisah ini dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (2-9). Dengan prosedur ini kecepatan kritis dari poros dengan diameter yang merata, yang secara sederhana didukung pada ujung-ujung dan tidak mendukung satupun massa-massa terpusat adalah sebagai berikut: [(1)(5)]

$$\omega_n = 9,87 \sqrt{\frac{EI}{ML^3}} \quad (2-10)$$

di mana  $M$  adalah massa total dari poros dalam kilogram, dan lain-lain besaran didefinisikan seperti terbaca di bawah persamaan (2-5). Kecepatan



yang diperoleh dari persamaan (2-10) adalah kecepatan kritis yang paling rendah. Kecepatan kritis yang lain terjadi 4, 9, 16, 25 dan seterusnya kali kecepatan kritis yang terendah.

Suatu poros yang mempunyai diameter yang seragam yang didukung pada ujung-ujungnya pada bantalan luncur yang kaku sehingga ia melentur seperti batang yang terjepit ujung-ujungnya, mempunyai kecepatan kritis terendahnya. <sup>(1)(5)</sup>

$$\omega_n = 1,1003 \sqrt{\frac{EI}{ML^3}} \quad (2-11)$$

#### 2.4. FAKTOR – FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KECEPATAN KRITIS.

Ada sejumlah faktor yang dapat mengubah harga dari kecepatan kritis yang diperoleh dari persamaan sebelumnya, dimana salah satunya adalah fleksibilitas dari bantalan – bantalan. Anggapan yang umum dalam menghitung kurva lenturan adalah bahwa bantalan merupakan bahan yang kaku dan tidak lentur. Kenyataannya semua bantalan melentur sedikit karena beban – beban yang bekerja padanya. Hal ini menambah lenturan dari poros rotor dan cenderung untuk membuat lebih rendah. kecepatan kritis. Selanjutnya, beberapa bantalan melentur lebih kepada satu arah dari arah lainnya. Sebagai contoh, kaki – kaki bantalan biasanya lebih fleksibel dalam arah horizontal dari pada arah vertical, dan hal ini mengakibatkan 2 kecepatan kritis untuk poros yang sama. Panjang bantalan juga mempunyai efek pada kecepatan kritis, umumnya makin panjang bantalan makin besar

dia menahan poros dari gerakan naik turun. Hal ini mengakibatkan sistem lebih kaku dan dan menambah harga dari kecepatan kritis.

Jika ada lempengan yang besar pada poros dan terutama jika mereka mempunyai diameter yang besar, momen kelembamankutubnya akan menjadi besar dan akan menciptakan *efek giroskop* yang menahan suatu perubahan dalam arah dari sumbu – sumbuhnya. Berikut pemahaman mengenai analisa *giroskop*; <sup>[(2)(3)]</sup>

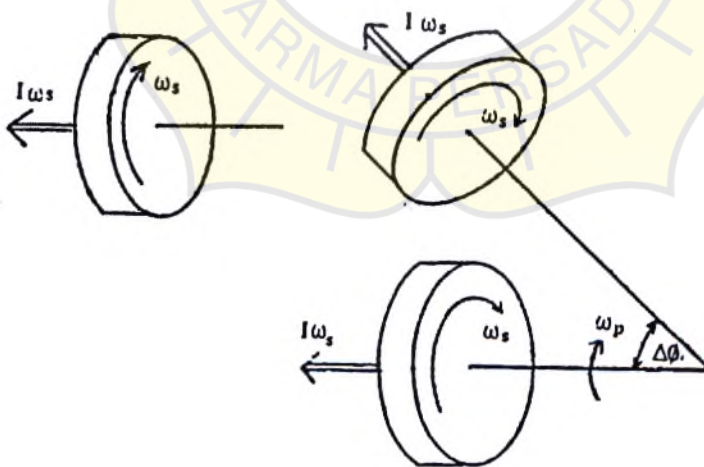
$$\int T dt = \int I d\omega, \text{ bila } I \text{ konstan} \longrightarrow \int T dt = I (\Delta \omega)$$

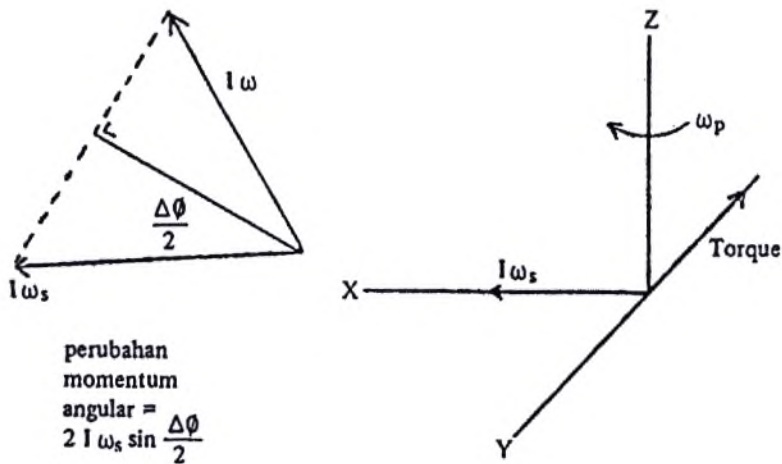
Impuls Angular

$I\omega$  = momentum angular

Jadi impuls angular = perubahan momentum angular.

momen luar  $T = \frac{d}{dt} (I \vec{\omega})$   
 rate of change  
 vektor momentum angular





Gambar 2.3

$$\text{Perubahan momentum angular} = 2 I \omega_s \sin \frac{\Delta \phi}{2} \quad (2-13)$$

$$\text{rate of change dari perubahan momentum angular} = \frac{2 I \omega_s}{\Delta t} \sin \frac{\Delta \phi}{2}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2 I \omega_s}{\Delta t} \sin \frac{\Delta \phi}{2}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2 I \omega_s}{\Delta t} \sin \frac{\Delta \phi}{2} = I \omega_s \frac{d\phi}{dt} = I \omega_s \omega_p$$

$$\text{Jadi } T = I \omega_s \omega_p \quad (2-14)$$

Arah T sesuai dengan perubahan vektor momentum angular.

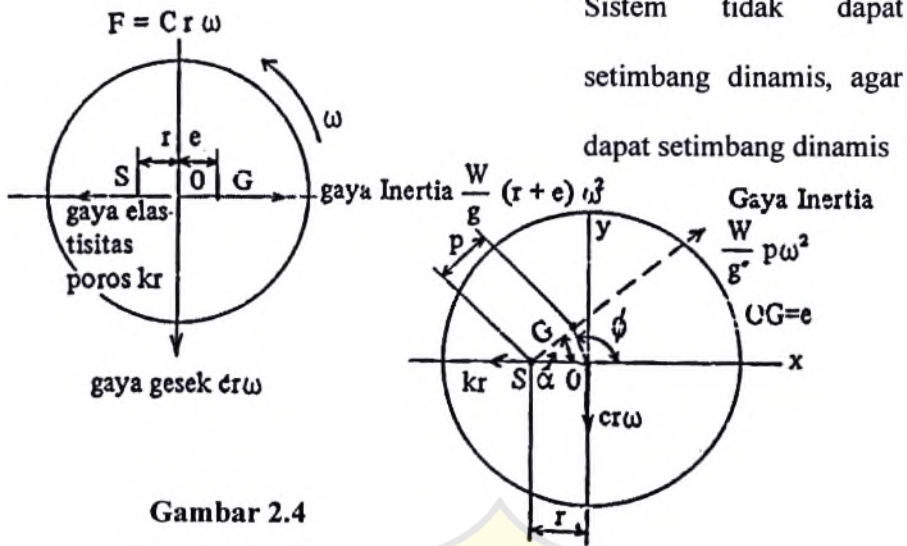
T disebut *kopel giroskop*.

Pada waktu poros mulai berputar, lempeng tersebut menahan kemiringan dari sumbuhnya. Gerakan ini membuat kaku sistem dan menaikkan harga dari kecepatan kritis. Efek ini lebih besar untuk lempeng –

lempeng yang lebih dekat pada bantalan dimana kemiringan dari porosnya lebih besar.

Dalam pengetahuan teknik, kita meghadapi rotor – rotor yang bekerja dalam berbagai zat antara (medium). Hal ini seperti pada roda-roda gerinda, fan-fan dan compressor yang beroperasi di udara, ataupun rotor turbin yang beroperasi dalam gas, uap, atau minyak. Media operasai memberikan tahanan gesekan yang disebut redaman.(damping), yang mempunyai efek yang kecil pada harga dari kecepatan kritis dan pada dalam prakteknya biasanya diabaikan. Akan tetapi, redaman mengurangi lenturan dinamis dari poros, dan meskipun efek ini adalah kecil untuk suatu rotor yang beroperasi di udara ataupun gas, dia akan dipertimbangkan untuk mesin yang bekerja di air maupun minyak dimana kerapatan zat lebih tinggi.

Dalam berputarnya suatu poros, efek gesekan pada kecepatan kritis cukup berpengaruh, poros yang berputar pada kecepatan kritis tentu akan patah dan berhenti. Tetapi kenyataannya kita ketahui bahwa poros yang berputar pada kecepatan kritis *belum tentu patah, dapat berputar* sangat kasar tetapi tanpa distorsi permanen. Alasan penyelewengan antara teori dan praktek adalah karena telah diabaikan gesekan dalam analisa terdahulu. Gesekan ini ternyata sangat mempengaruhi harga  $r/e$  tetapi tidak banyak mempengaruhi harga  $\omega_n$ . Assumsikan gaya gesek berbanding lurus kecepatan titik pusat geometris O.



Gambar 2.4

posisi relatif S, O & G harus dirubah seperti gambar di bawah.

Setimbang dinamis: <sup>(1)(3)</sup>

$$\Sigma F_x = 0 \longrightarrow \frac{W}{g} p \omega^2 \cos \alpha - kx = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow \frac{W}{g} p \omega^2 \sin \alpha - cr\omega = 0$$

$\Sigma M_G = 0$  tidak diambil dalam analisa ini.

Hubungan geometris.

$$r = p \cos \alpha + e \cos \phi \longrightarrow p \cos \alpha = r - e \cos \phi$$

$$p \sin \alpha = e \sin \phi$$

Jadi  $\frac{W}{g} \omega^2 (r - e \cos \phi) - kr = 0$  dan

$$\frac{W}{g} \omega^2 (e - \sin \phi) - cr\omega = 0$$

$$\tan \phi = \frac{cr\omega}{\frac{W}{g} \omega^2 - k}$$

$$\sin \phi = \frac{cr\omega}{\frac{W}{g} \omega^2 - e}$$

$$\cos \phi = \frac{\frac{W}{g} \omega^2 r - kr}{\frac{W}{g} \omega^2 - e}$$

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$$

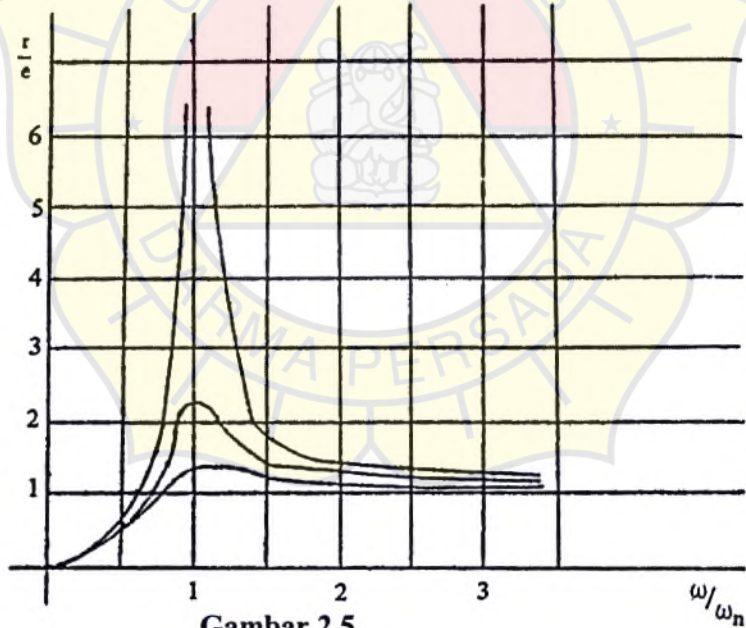
$$\frac{r}{e} = \frac{\frac{W}{g} \omega^2}{\sqrt{(e\omega)^2 + (\frac{W}{g} \omega^2 - k)^2}}$$

$$\text{Substitusi } \omega_n^2 = \frac{k}{W/g}$$

$$\left(\frac{c}{\omega_n \frac{W}{g}}\right)^2 = (2\psi)^2$$

$$\frac{r}{e} = \frac{(\omega/\omega_n)^2}{\sqrt{[(\frac{\omega}{\omega_n})^2 - 1]^2 + (2\psi \frac{\omega}{\omega_n})^2}}$$

Grafik :



Gambar 2.5

Dari grafik terlihat hal-hal sebagai berikut:

1.  $\frac{r}{e}$  maksimum tidak ~ bila ada gesekan.

2.  $\frac{r}{e}$  maksimum terjadi pada  $\frac{\omega}{\omega_n}$  mendekati 1 seperti yang telah dianalisa terdahulu.
3.  $\frac{r}{e}$  pada kecepatan-kecepatan jauh dari  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$  mendekati perhitungan tanpa gesek.

Dalam praktek biasanya gesekan diabaikan dalam menghitung kecepatan kritis whirling. Disini ternyata gesekan terutama hanya mengontrol defleksi pada saat  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$ , (resonansi).

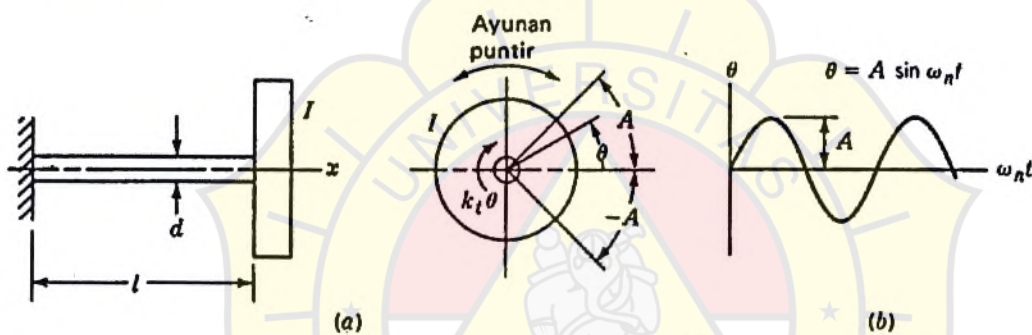
Suatu ikatan yang keras atau ikatan mengkerut untuk hubungan dari kipas, roda gigi, atau kerek, terutama jika hub-nya tebal dan cukup panjang akan menambah kekakuan dari poros dan menaikkan kecepatan kritisnya.

Kesimpulannya, dari analisa pustaka menunjukkan bahwa jika kecepatan operasi dari sebuah poros dibebaskan sedikitnya 20% dari kecepatan kritis mengakibatkan minimnya gangguan dari getaran.

## 2.5. GETARAN PUNTIR DARI SUATU POROS

Lenturan lateral (pusingan) dari poros berputar yang disebabkan oleh gaya sentrifugal yang bekerja pada suatu massa atau berbagai massa sepanjang poros. Jika frekuensi dari gaya-gaya ini sama dengan frekuensi diri dari getaran lateral dari poros, maka kondisi resonansi terjadi dan lenturan menjadi sangat besar, mengakibatkan tegangan lentur yang tinggi dalam poros dan mengganggu getaran mesin. Pada waktu suatu poros

memindahkan momen puntir, ia mendapatkan puntiran atau lenturan puntiran dan jika ada variasi terpuntir dan tidak terpuntir. Jika variasi dalam momen puntir yang ditransmisikan mempunyai frekuensi yang sama seperti frekuensi diri dari getaran puntir untuk suatu poros, maka kondisi resonansi akan terjadi dan poros akan memuntir dan tidak memuntir dengan amplitudo yang cukup tinggi yang dapat menyebabkan kegagalan (kerusakan) pada poros yang dalam sedang keadaan memuntir. Selanjutnya, getaran puntir mungkin terjadi secara terpisah atau secara bersama-sama dengan pusingan dari poros.



Gambar 2.6

Contoh yang paling sederhana dari getaran torsi ditunjukkan dalam Gambar 2.8(b) di mana sebuah lempengan dengan momen kelembaman  $I$  terhadap sumbu  $x$  dibuat untuk berayun terhadap sumbu ini dengan memuntir dan tidak memuntir poros, yang terikat pada salah satu ujungnya. Dalam pembahasan ini kita akan menganggap bahwa momen kelembaman massa dari lempengan adalah besar dibanding dengan momen kelembaman massa dari poros. Jika pada lempeng diberikan lintasan sudut  $\theta$  dari posisi keseimbangannya dan kemudian dilepas, ia akan bergetar (berayun) karena



momen puntir  $T$  yang bekerja pada batang. Dengan menggunakan persamaan dari gerakan  $T = I\alpha$ , kita mempunyai: <sup>(1)(3)(5)</sup>

$$-k_t\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

di mana  $k_t$  adalah tetapan pegas puntir untuk poros. Tanda minus digunakan karena  $T$  berlawanan arah dengan  $\theta$  seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.8(a).

Maka:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_t}{I}\theta = 0 \quad (2-15)$$

Persamaan (2-15) adalah persamaan diferensial yang homogen untuk mana pemecahannya adalah:

$$\theta = C_1 \cos \sqrt{\frac{k_t}{I}}t + C_2 \sin \sqrt{\frac{k_t}{I}}t$$

di mana  $C_1$  dan  $C_2$  adalah tetapan-tetapan yang tergantung kepada kondisi-kondisi batas. Jika kita menganggap bahwa kondisi-kondisi batasnya adalah

$\theta = 0$  pada waktu  $t = 0$  dan  $\theta = A$  pada waktu  $(\sqrt{k_t/I})t = \pi/2$ ,

maka

$$C_1 = 0 \quad \text{dan} \quad C_2 = A$$

dan pemecahannya menjadi  $\theta = A \sin \sqrt{\frac{k_t}{I}}t$  (2-16)

Persamaan (2-16) adalah persamaan untuk gerakan harmonis sederhana seperti ditunjukkan dalam Gambar 2-8(b) di mana

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{I}} \quad (2-17)$$

di mana  $\omega_n$  adalah frekuensi melingkar dari poros di mana porosnya memutar atau tidak memutar (berayun) dalam rad/detik, dan  $k_t$  adalah tetapan pegas puntir untuk poros dan didefinisikan sebagai momen puntir yang dikenakan pada satu ujung dari poros dibagi dengan suatu sudut melalui suatu penampang, di mana momen puntir dikenakan, berputar relatif terhadap penampang yang bergerak  $I$  darinya. Oleh karena itu  $k_t = T/\theta$ . Satuan-satuan untuk  $k_t$  adalah Newton meter per radian. Buku-buku tentang mekanika dari material menunjukkan bahwa  $\theta = Tl/JG$  dan jadi  $k_t = JG/l$ .  $J$  adalah momen kelembaman tentang  $k_t$  dan  $J$  ke dalam persamaan 2-17 memberikan: <sup>[(1)(2)(3)]</sup>

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi d^4 G}{32 I l}} \quad (2-18)$$

di mana  $\omega_n$  = frekuensi diri dari getaran puntir, rad/detik

$f_n$  = frekuensi diri dalam siklus/detik =  $\omega_n / 2\pi$

$d$  = diameter poros, m

$G$  = modulus kenyal dalam geseran (shear) untuk material poros =  $79,3 \times 10^9$  Pa untuk baja

$I$  = momen kelembaman massa dari lempeng terhadap sumbu  $x = Mr^2$ , di mana  $M$  dan  $r$  adalah massa dan jari-jari kelembaman dari lempeng  $\text{kg.m}^2$

$l$  = panjang poros, m

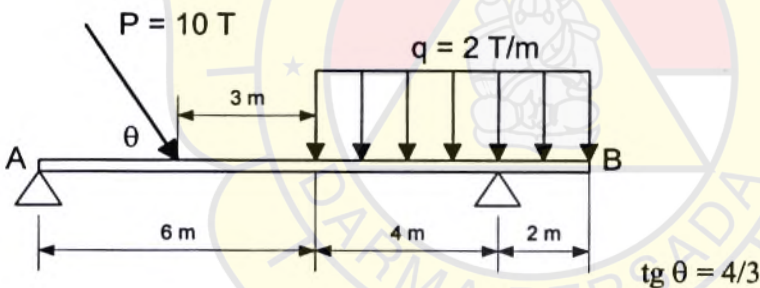
## 2.6. Diagram gaya

Diagram gaya terdiri dari:

1. Diagram gaya normal (NFD-Normal Force Diagram)
2. Diagram gaya geser/lintang (SFD-Shear Force Diagram)
3. Diagram momen bending (BMD-Bending Moment Diagram)

Kegunaan dari diagram gaya tersebut untuk melihat pengaruh gaya-gaya dalam terhadap batang yang dikenai beban, sehingga dapat diperkirakan letak dan besar beban maksimum dari masing-masing jenis gaya dalam.

Contoh:



Dari reaksi gaya luar diperoleh:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_B = P \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ T} (\leftarrow)$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A \cdot 10 - 8 \cdot 7 - (q \cdot 4) \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + (q \cdot 2) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 0$$

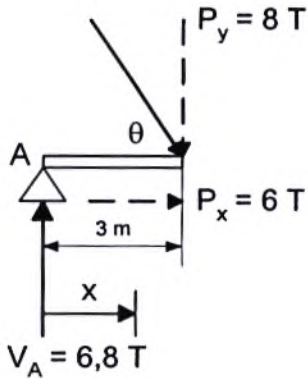
$$V_A = 6,8 \text{ T} (\uparrow)$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B \cdot 10 - 8 \cdot 3 - (q \cdot 6) \cdot (\frac{1}{2} \cdot 6 + 6) = 0$$

$$V_B = 13,2 \text{ T} (\uparrow)$$

Gaya-gaya dalam yang terjadi antara :

1.  $0 \leq x \leq 3\text{m}$  dari titik A

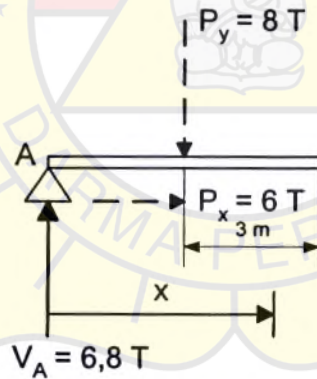


$$\text{Gaya Normal } (N_x) = 0 \Rightarrow N_0 = 0; N_3 = 0$$

$$\text{Gaya Lintang } (L_x) = V_A \Rightarrow L_0 = 6,8 \text{ T}; L_3 = 6,8 \text{ T}$$

$$\text{Momen Lentur } (M_x) = V_A \cdot x \Rightarrow M_0 = 0; M_3 = 6,8 \cdot 3 = 20,4 \text{ Tm}$$

2.  $3 \leq x \leq 6\text{m}$  dari titik A

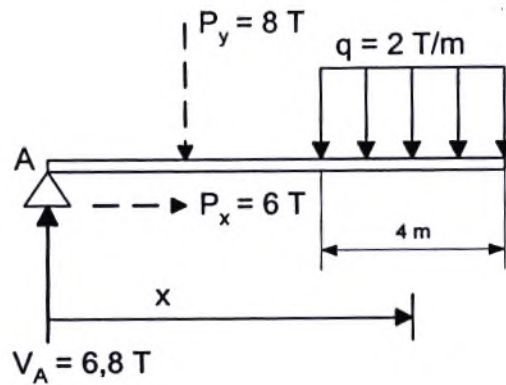


$$N_x = -H_B \text{ (tekan)} \Rightarrow N_3 = N_6 = -6 \text{ T}$$

$$L_x = V_A - 8 \Rightarrow L_3 = L_6 = -1,2 \text{ T}$$

$$M_x = V_A \cdot x - 8 \cdot (x - 3) \Rightarrow M_3 = 20,4 \text{ Tm}; M_6 = 6,8 \cdot 6 - 8 \cdot 3 = 16,8 \text{ Tm}$$

3.  $6 \leq x \leq 10$  m dari titik A



$$N_x = -H_B \text{ (tekan)} \Rightarrow N_6 = N_{10} = -6 \text{ T}$$

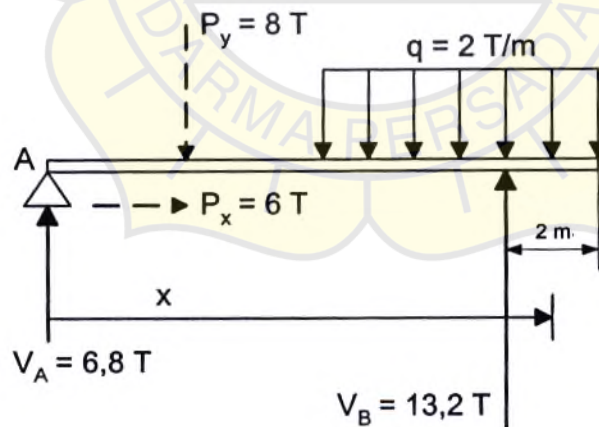
$$L_x = V_A - 8 - (2 \cdot (x - 6)) \Rightarrow L_6 = -1,2 \text{ T}; L_{10} = -1,2 - (2 \cdot 4) = -9,2$$

T

$$M_x = V_A \cdot x - 8 \cdot (x - 3) - (2 \cdot (x - 6)) \cdot \frac{1}{2} (x - 6) \Rightarrow M_6 = 16,8 \text{ Tm};$$

$$M_{10} = 6,8 \cdot 10 - 8 \cdot 7 - (2 \cdot 4) \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = -4 \text{ Tm}$$

4.  $10 \leq x \leq 12$  m dari titik A



$$N_x = P_x - H_B = 0 \Rightarrow N_{10} = N_{12} = 0$$

$$L_x = V_A - 8 - (2 \cdot (x - 6)) + V_B \Rightarrow L_{10} = 4 \text{ T}; L_{12} = -1,2 - (2 \cdot 6) + 13,2 = 0$$

$$M_x = V_A \cdot x - 8 \cdot (x - 3) - (2 \cdot (x - 6)) \cdot \frac{1}{2} (x - 6) + V_B \cdot (x - 10) \Rightarrow$$

$$M_{10} = -4 \text{ Tm}; M_{12} = 6,8 \cdot 12 - 8 \cdot 9 - (2 \cdot 6) \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 + 13,2 \cdot 2 = 0$$

Gaya Dalam	$0 \leq x \leq 3\text{m}$	$3 \leq x \leq 6\text{m}$	$6 \leq x \leq 10\text{m}$	$10 \leq x \leq 12\text{m}$
Gaya Normal	0	- 6 T	- 6 T	0
Gaya Geser	6,8 T	- 1,2 T	$S_6 = - 1,2 \text{ T}$ $S_{10} = - 9,2 \text{ T}$	$S_{10} = 4 \text{ T}$ $S_{12} = 0$
Momen Lentur	$M_0 = 0$ $M_3 = 20,4 \text{ Tm}$	$M_3 = 20,4 \text{ Tm}$ $M_6 = 16,8 \text{ Tm}$	$M_6 = 16,8 \text{ Tm}$ $M_{10} = - 4 \text{ Tm}$	$M_{10} = - 4 \text{ Tm}$ $M_{12} = 0$

Diagram gaya-gaya

