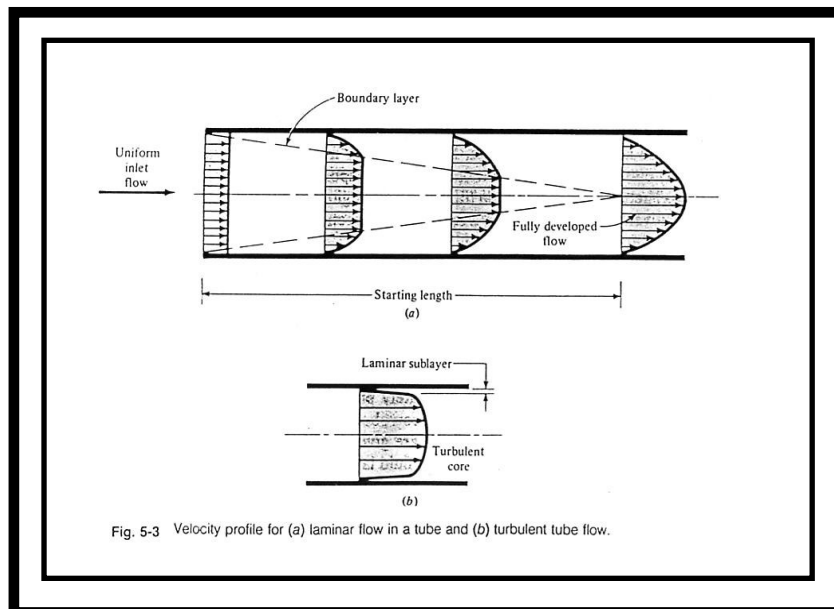


**DIKTAT KULIAH**  
**PERPINDAHAN PANAS DAN MASSA**



**JURUSAN TEKNIK MESIN**  
**FAKULTAS TEKNIK**  
**UNIVERSITAS DARMA PERSADA**  
**2018**

**DIKTAT KULIAH**

**PERPINDAHAN PANAS DAN MASSA**

Disusun :

**ASY'ARI DARYUS**

Fakultas Teknik  
Universitas Darma Persada  
Jakarta.

## **KATA PENGANTAR**

Untuk memenuhi buku pegangan dalam perkuliahan, terutama yang menggunakan bahasa Indonesia dalam bidang teknik, maka kali ini penulis menyempatkan diri untuk ikut membuat sebuah buku/diktat yang bisa digunakan oleh mahasiswa teknik, terutama mahasiswa jurusan teknik mesin. Kali ini penulis menyiapkan diktat yang ditujukan untuk mata kuliah Perpindahan Panas dan Massa.

Dalam penyusunan buku ini penulis berusaha menyesuaikan materinya dengan kurikulum di jurusan Teknik Mesin, Universitas Darma Persada Indonesia.

Perlu ditekankan bahwa buku ini belum merupakan referensi lengkap dari pelajaran Perpindahan Panas dan Massa, sehingga mahasiswa perlu untuk membaca buku-buku referensi lain untuk melengkapi pengetahuannya tentang materi buku ini.

Akhir kata, mudah-mudahan buku ini bisa menjadi penuntun bagi mahasiswa dan memberikan manfaat sebagaimana yang diharapkan. Tak lupa penulis mengucapkan banyak-banyak terima-kasih kepada pihak-pihak yang telah banyak membantu dalam penyelesaian pembuatan buku ini.

Jakarta, 21 Oktober 2018

ASY'ARI DARYUS

## DAFTAR ISI

BAB 1. Pendahuluan.	1
BAB 2. Konduksi Aliran Stedi - Satu Dimensi.	13
BAB 3. Konduksi Aliran Stedi – Banyak Dimensi .	34
BAB 4. Konveksi.	47
BAB 5. Radiasi.	65

# BAB I

## PENDAHULUAN

Tiga model perpindahan kalor:

1. konduksi
2. konveksi
3. radiasi.

### Perpindahan Kalor Konduksi

Jika ada perbedaan temperatur pada suatu benda, maka akan ada perpindahan energi dari suhu tinggi ke suhu rendah, perpindahan energi ini disebut **konduksi**. Laju perpindahan kalor konduksi:

$$q = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.1)$$

Dimana:  $q$  = laju perpindahan kalor, watt

$\partial T/\partial x$  = gradien suhu pada arah aliran kalor

$k$  = konduktivitas termal bahan, watt/m.°C

Tanda negatif pada persamaan diatas diberikan supaya memenuhi hukum termodinamika yaitu kalor mesti mengalir ke suhu yang lebih rendah seperti ditunjukkan gambar 1.

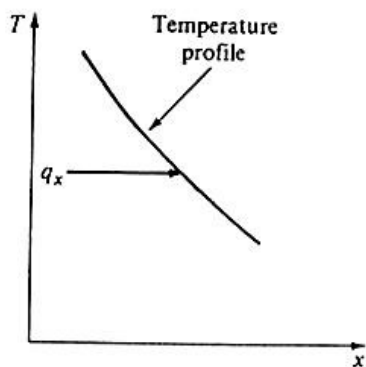


Fig. 1-1 Sketch showing direction of heat flow.

Gambar 1. Sketsa yang menunjukkan arah aliran kalor.

Perhatikan gambar 2, jika sistem berada dalam kondisi stedi (tunak/mantap) yaitu temperatur tidak berubah terhadap waktu, kita hanya perlu mengintegrasikan persamaan (1.1). Jika terjadi perubahan suhu terhadap waktu maka penyelesaian persamaan diatas akan lebih kompleks.

Untuk elemen dengan ketebalan  $dx$ , keseimbangan energinya adalah:

Energi konduksi masuk dari kiri + kalor yang dibangkitkan dari elemen =  
Perubahan energi dalam + energi konduksi keluar di sebelah kanan.

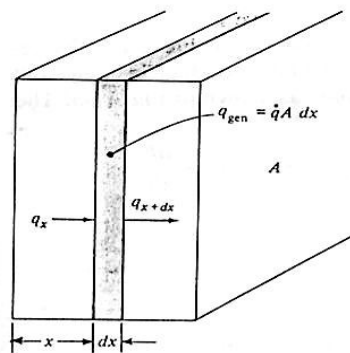


Fig. 1-2 Elemental volume for one-dimensional heat-conduction analysis.

Gambar 2. Volume satuan untuk analisis konduksi kalor satu dimensi.

Energi masuk pada sisi kiri :  $q_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$

Energi yang dibangkitkan elemen =  $qA dx$

Perubahan energi dalam =  $\rho c A \frac{\partial T}{\partial \tau} dx$

Energi keluar sisi kanan =  $q_{x+dx} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx}$

$$= -A \left( k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right)$$

dimana:  $q$  = energi yang dihasilkan per satuan volume,  $W/m^3$

$c$  = kalor spesifik bahan

$\rho$  = kerapatan,  $kg/m^3$

$\tau$  = waktu

Dengan menggabungkan persamaan-persamaan diatas diperoleh:

$$-kA \frac{\partial T}{\partial x} + q Adx = \rho Adx \frac{\partial T}{\partial \tau} - A \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right]$$

atau:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-2)$$

Ini merupakan persamaan konduksi kalor satu dimensi. Untuk kondisi lebih dari satu dimensi, keseimbangan energi adalah:

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + dE/d\tau$$

Dan jumlah energi diberikan oleh:

$$q_x = -k dy dz \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_{x+dx} = - \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dy dz$$

$$q_y = -k dx dz \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_{y+dy} = - \left[ k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy \right] dx dz$$

$$q_z = -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$q_{z+dz} = - \left[ k \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] dx dy$$

$$q_{gen} = \dot{q} dx dy dz$$

$$\frac{dE}{d\tau} = \rho c dx dy dz \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

Sehingga secara umum persamaan kalor konduksi tiga dimensi adalah:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-3)$$

Untuk konduktivitas termal ( $k$ ) konstan, persamaan (1.3) bisa ditulis

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-3a)$$

Dimana:  $\alpha = k/\rho c$  disebut difusitas termal bahan. Makin besar harga  $\alpha$  makin cepat kalor berdifusi ke bahan. Difusivitas termal mempunyai satuan meter kwadrat per detik.

Persamaan 1-3a bisa dirobah ke dalam koordinat silinder atau bola menjadi:

Koordinat silinder:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-3b)$$

Koordinat bola:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rT) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1-3c)$$

Kondisi-kondisi khusus:

- Aliran kalor satu dimensi kondisi stedi (tanpa pembangkitan panas):

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

- Aliran kalor pada koordinat silinder satu dimensi kondisi stedi (tanpa pembangkitan panas):

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0$$

- Aliran kalor satu dimensi kondisi stedi dengan pembangkitan kalor:



$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q}{k} = 0$$

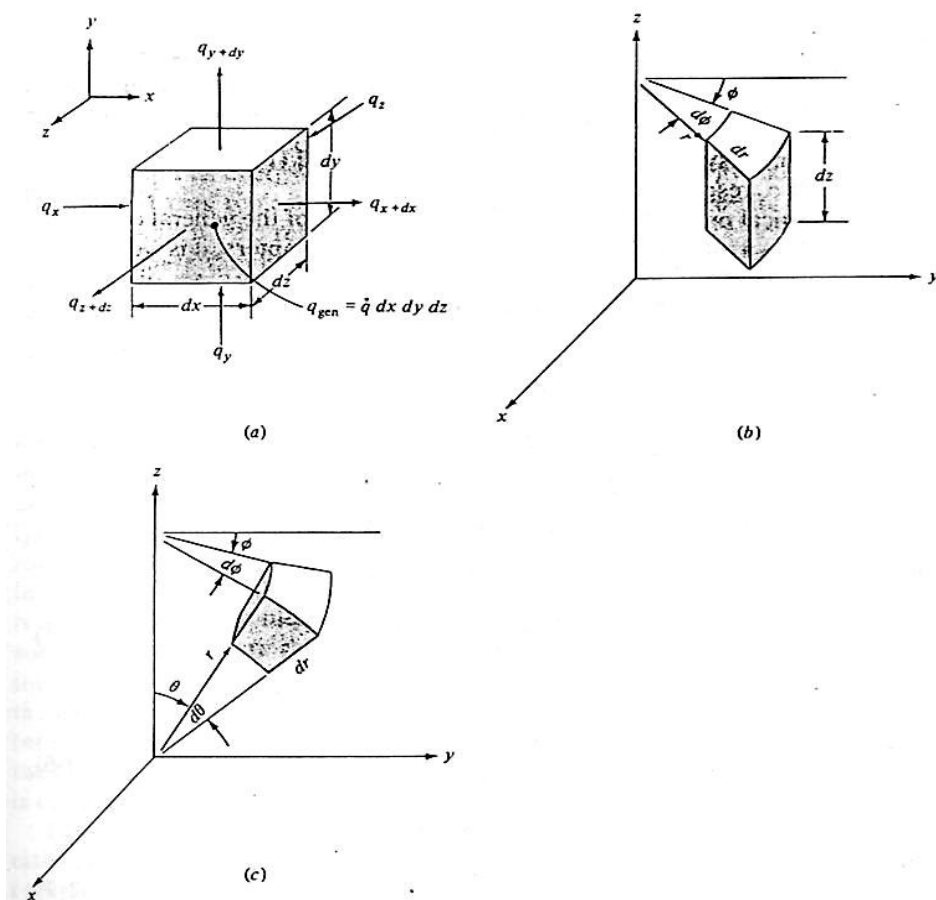


Fig. 1-3 Elemental volume for three-dimensional heat-conduction analysis: (a) cartesian coordinates; (b) cylindrical coordinates; (c) spherical coordinates.

- Konduksi kondisi stedi dua dimensi dengan pembangkitan kalor:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

### Konduktivitas Termal

Konduktivitas termal ditentukan dari eksperimen. Harga-harga konduktivitas untuk beberapa material ditunjukkan pada tabel 1. Umumnya, konduktivitas termal sangat dipengaruhi oleh suhu.

Table 1-1 Thermal Conductivity of Various Materials at 0°C

<i>Material</i>	<i>Thermal conductivity</i> <i>k</i>	
	W/m · °C	Btu/h · ft · °F
<b>Metals:</b>		
Silver (pure)	410	237
Copper (pure)	385	223
Aluminum (pure)	202	117
Nickel (pure)	93	54
Iron (pure)	73	42
Carbon steel, 1% C	43	25
Lead (pure)	35	20.3
Chrome-nickel steel (18% Cr, 8% Ni)	16.3	9.4
<b>Nonmetallic solids:</b>		
Quartz, parallel to axis	41.6	24
Magnesite	4.15	2.4
Marble	2.08–2.94	1.2–1.7
Sandstone	1.83	1.06
Glass, window	0.78	0.45
Maple or oak	0.17	0.096
Sawdust	0.059	0.034
Glass wool	0.038	0.022
<b>Liquids:</b>		
Mercury	8.21	4.74
Water	0.556	0.327
Ammonia	0.540	0.312
Lubricating oil, SAE 50	0.147	0.085
Freon 12, CCl <sub>2</sub> F <sub>2</sub>	0.073	0.042
<b>Gases:</b>		
Hydrogen	0.175	0.101
Helium	0.141	0.081
Air	0.024	0.0139
Water vapor (saturated)	0.0206	0.0119
Carbon dioxide	0.0146	0.00844

Konduktivitas termal untuk gas-gas yang umum ditunjukkan oleh gambar 4, sedangkan gambar 5 menunjukkan konduktivitas termal untuk zat cair yang umum. Gambar 6 adalah konduktivitas beberapa bahan padat yang umum.

### Perpindahan Kalor Konveksi

Sebuah pelat logam panas akan cepat menjadi dingin apabila ditempatkan didepan sebuah kipas angin dibandingkan jika hanya dibiarkan di udara diam. Kita sebut bahwa kalor di konveksi keluar dan kita sebut prosesnya *perpindahan kalor konveksi*. Misalkan sebuah pelat dipanaskan seperti gambar 8. Suhu pelat adalah  $T_w$  dan suhu fluida  $T_\infty$ , kecepatan aliran terlihat pada gambar. Kecepatan aliran berkurang sampai nol pada pelat karena efek gaya viskos. Karena

kecepatan lapisan fluida pada dinding nol, kalor hanya ditransfer dengan cara konduksi pada titik ini. Karena itu kita bisa menggunakan persamaan (1.1) dengan konduktivitas termal fluida dan gradien temperatur fluida pada dinding. Namun kita tetap menyebutnya konveksi karena gradien temperatur bergantung atas laju fluida dalam mengambil kalor.

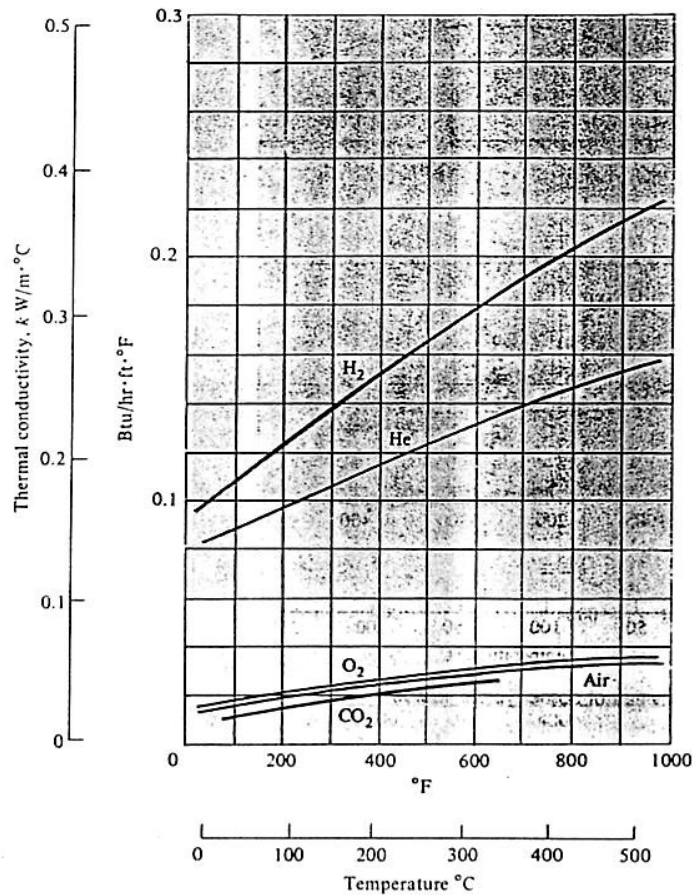
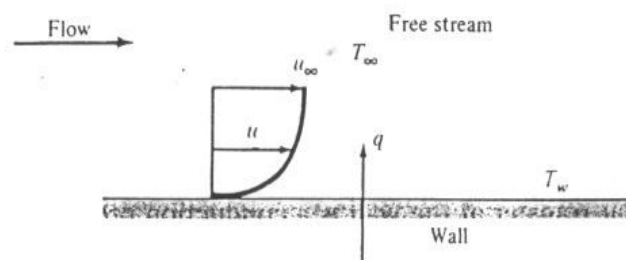


Fig. 1-4 Thermal conductivities of some typical gases [ $1 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} = 0.5779 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ ].



Gambar 8. Perpindahan kalor konveksi dari sebuah pelat.

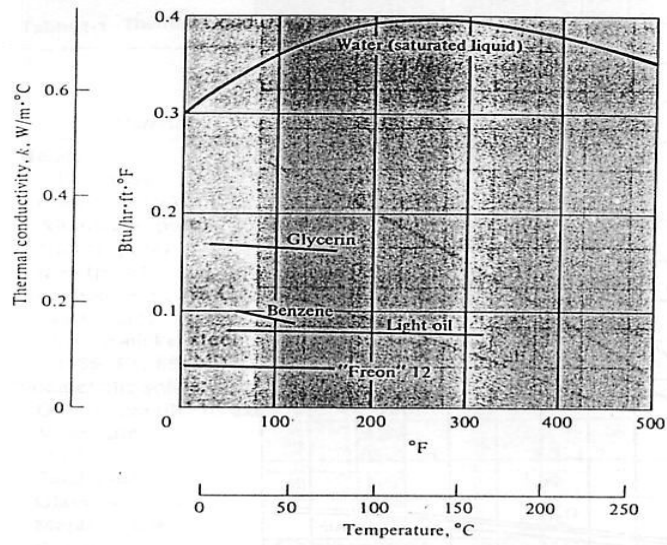


Fig. 1-5 Thermal conductivities of some typical liquids.

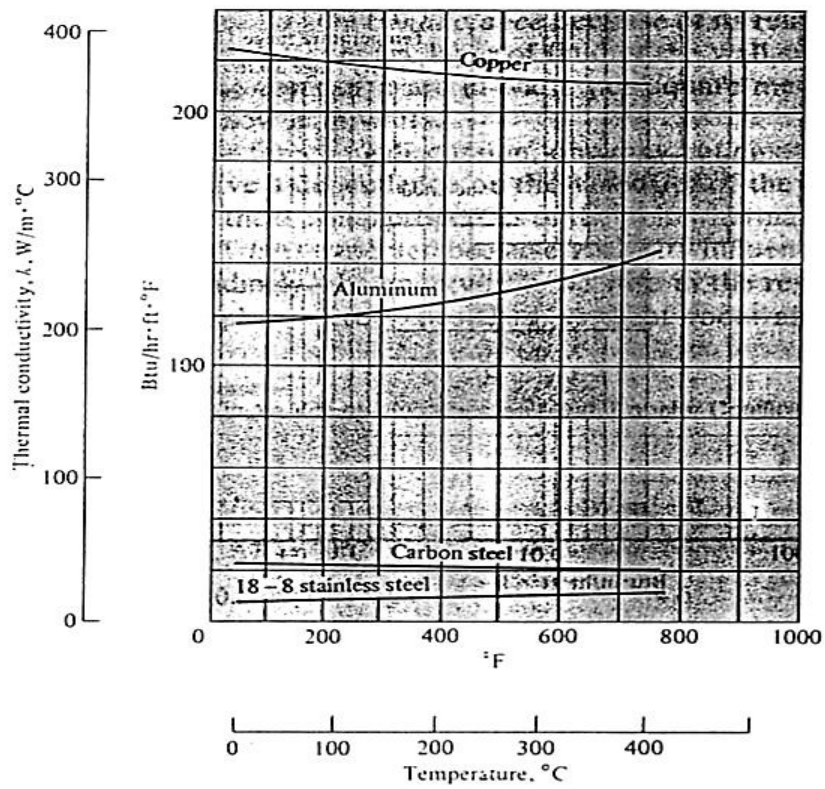


Fig. 1-6 Thermal conductivities of some typical solids.

Efek keseluruhan konveksi, dirumuskan dengan Hukum Newton tentang pendinginan:

$$q = hA (T_w - T_\infty) \quad (1-8)$$

Table 1-2 Approximate Values of Convection Heat-Transfer Coefficients

Mode	h	
	W/m <sup>2</sup> · °C	Btu/h · ft <sup>2</sup> · °F
Free convection, $\Delta T = 30^\circ\text{C}$		
Vertical plate 0.3 m [1 ft] high in air	4.5	0.79
Horizontal cylinder, 5-cm diameter, in air	6.5	1.14
Horizontal cylinder, 2-cm diameter, in water	890	157
Forced convection		
Airflow at 2 m/s over 0.2-m square plate	12	2.1
Airflow at 35 m/s over 0.75-m square plate	75	13.2
Air at 2 atm flowing in 2.5-cm-diameter tube at 10 m/s	65	11.4
Water at 0.5 kg/s flowing in 2.5-cm-diameter tube	3500	616
Airflow across 5-cm-diameter cylinder with velocity of 50 m/s	180	32
Boiling water		
In a pool or container	2500–35,000	440–6200
Flowing in a tube	5000–100,000	880–17,600
Condensation of water vapor, 1 atm		
Vertical surfaces	4000–11,300	700–2000
Outside horizontal tubes	9500–25,000	1700–4400

Pada persamaan ini, laju perpindahan kalor dikaitkan dengan perbedaan temperatur menyeluruh antara dinding dan fluida dan luas permukaan. Besaran  $h$  disebut koefisien perpindahan kalor konveksi. Untuk kondisi kompleks, harga  $h$  ditentukan secara eksperimen. Koefisien perpindahan kalor kadang-kadang disebut juga *konduktansi film*. Satuan  $h$  adalah watt per meter kwadrat per derajat Celsius, jika aliran kalor dalam watt.

## Perpindahan kalor Radiasi

Berbeda dengan perpindahan kalor konduksi dan konveksi dimana perpindahan energi terjadi melalui media, maka kalor juga bisa dipindahkan melalui ruang vakum. Mekanisme ini disebut radiasi elektromagnetik. Radiasi elektromagnetik yang dihasilkan oleh perbedaan temperatur disebut *radiasi termal*.

Dalam termodinamika, pembangkit panas ideal atau *benda hitam* akan memancarkan energi sebanding dengan pangkat empat suhu mutlak benda dan berbanding lurus dengan luas permukaan, atau:

$$q_{\text{pancaran}} = \sigma AT^4 \quad (1-9)$$

Dimana:  $\sigma$  = konstanta proporsional atau konstanta Stefan-Boltzmann  
 $= 5,669 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ .

Energi radiasi bisa juga dirumuskan dengan:

$$q = F\varepsilon \cdot F_G \cdot \sigma \cdot A(T_1^4 - T_2^4) \quad (1-11)$$

dimana:  $F\varepsilon$  = fungsi emisivitas

$F_G$  = fungsi faktor pandang geometri

### Contoh soal 1:

Satu permukaan pelat tembaga yang tebalnya 3 cm, dijaga suhunya pada 400 °C, dan permukaan satu lagi pada 100 °C. Berapa banyak kalor yang dipindahkan pada pelat?. Konduktivitas termal tembaga adalah 370 W/m.°C pada 250 °C.

Jawab:

Dari hukum Fourier:

$$\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dx}$$

Dengan integrasi didapat:

$$\frac{q}{A} = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{-(370)(100 - 400)}{3 \times 10^{-2}} = 3.700.000 \text{ W/m}^2 = 3,7 \text{ MW/m}^2$$

Contoh soal 2:

Udara dengan suhu 20 °C meniup pelat panas ukuran 50 x 75 cm yang dijaga suhunya pada 250 °C. Koefisien perpindahan kalor konveksi adalah 25 W/m<sup>2</sup>.°C. Hitunglah perpindahan kalor.

Jawab:

$$\begin{aligned} q &= hA (T_w - T_\infty) \\ &= (25) (0,50 \times 0,75) (250 - 20) \\ &= 2.156 \text{ W} = 2,156 \text{ kW} \end{aligned}$$

Contoh soal 3:

Misalkan pelat pada contoh soal 2 terbuat dari baja karbon (1%) tebal 2 cm dan 300 W hilang dari permukaan karena radiasi, hitunglah temperatur pelat bagian dalam.

Jawab:

Kalor yang dikonduksikan melalui pelat mesti sama dengan jumlah kalor yang hilang karena konveksi dan radiasi.

$$\begin{aligned} q_{kond} &= q_{konv} + q_{rad} \\ -k A \Delta T / \Delta x &= 2,156 + 0,3 = 2,456 \text{ kW} \\ \Delta T &= \frac{(-2456)(0,02)}{(0,5)(0,75)(43)} = -3,05 \text{ °C} \end{aligned}$$

harga  $k$  diambil dari tabel 1. Temperatur dalam pelat didapat:

$$T_I = 250 + 3,05 = 253,05 \text{ °C}$$

### Soal-soal:

1. Jika kalor sebesar 3 kW dikonduksikan pada bidang material isolator dengan luas  $0,6 \text{ m}^2$ , tebal 2,5 cm dan konduktivitas termal  $0,2 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ . Hitunglah beda temperatur pada kedua sisi material.
2. Terdapat perbedaan temperatur sebesar  $85^\circ \text{ C}$  pada permukaan serat kaca dengan ketebalan 13 cm. Konduktivitas termal serat kaca adalah  $0,035 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ . Hitunglah kalor yang dipindahkan melalui material per jam per satuan luas.
3. Jalur pipa dengan diameter 50 cm di daerah kutub mengalirkan minyak panas dengan temperatur  $30^\circ \text{ C}$  dengan suhu disekelilingnya  $-20^\circ \text{ C}$ . Isolasi bubuk khusus setebal 5 cm dengan konduktivitas termal sebesar  $7 \text{ mW/m}\cdot^\circ\text{C}$  diberikan di sekeliling pipa. Koefisien perpindahan kalor konveksi pada sisi luar pipa adalah  $9 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ . Perkirakanlah kehilangan energi dari pipa per meter panjang.
4. Dua permukaan hitam sempurna tersusun sedemikian sehingga semua energi radiasi meninggalkan permukaan pada  $800^\circ \text{ C}$  dan mencapai permukaan lainnya. Temperatur pada permukaan lainnya dijaga pada  $250^\circ \text{ C}$ . Hitunglah perpindahan kalor antara kedua permukaan per jam dan per satuan luas permukaan yang dijaga pada  $800^\circ \text{ C}$ .
5. Hitunglah perpindahan kalor radiasi dalam 1 hari antara dua bidang hitam yang mempunyai luas sama dengan permukaan bola dengan diameter 0,7 m bila bidang-bidang ini dijaga temperaturnya pada 70 K dan 300 K.



## BAB II

### KONDUKSI ALIRAN STEDI – SATU DIMENSI

#### Dinding Datar

Persamaan kalor :

$$q = - \frac{kA}{\Delta x} (T_2 - T_1) \quad (2-1)$$

Harga konduktivitas termal diasumsikan konstan, tebal dinding  $\Delta x$ , dan  $T_1$  dan  $T_2$  adalah temperatur permukaan dinding.

Jika konduktivitas termal bervariasi karena temperatur dengan hubungan :

$$k = k_0(1 + \beta T)$$

maka:

$$q = \frac{-k_0 A}{\Delta x} \left[ (T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2} (T_2^2 - T_1^2) \right] \quad (2-2)$$

Jika lebih dari satu material, sebagaimana dinding berlapis pada gambar 1, maka :

$$q = -k_A A \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_A} = -k_B A \frac{T_3 - T_2}{\Delta x_B} = -k_C A \frac{T_4 - T_3}{\Delta x_C}$$

maka :

$$q = \frac{T_1 - T_4}{\Delta x_A / k_A A + \Delta x_B / k_B A + \Delta x_C / k_C A} \quad (2-3)$$

Atau secara umum :

$$\text{Aliran kalor} = \frac{\text{perbedaan potensial termal}}{\text{tahanan termal}} \quad (2-4)$$

Persamaan diatas identik dengan hukum Ohm pada teori sirkuit listrik. dimana tahanan termal (R) adalah  $\Delta x/kA$ .

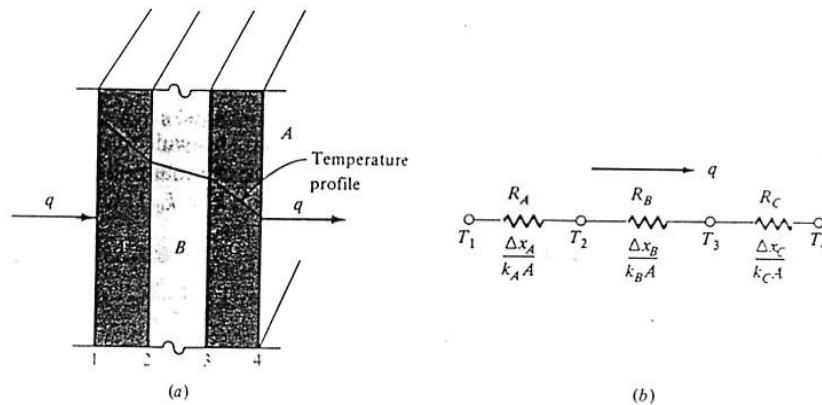


Fig. 2-1 One-dimensional heat transfer through a composite wall and electrical analog

Secara umum laju kalor ditulis :

$$q = \frac{\Delta T_{\text{keseuruhan}}}{\sum R_{th}} \quad (2-5)$$

Satuan tahanan termal adalah  $^{\circ}\text{C}/\text{W}$ . Gambar 2 memperlihatkan contoh dinding berlapis beserta analogi listriknya.

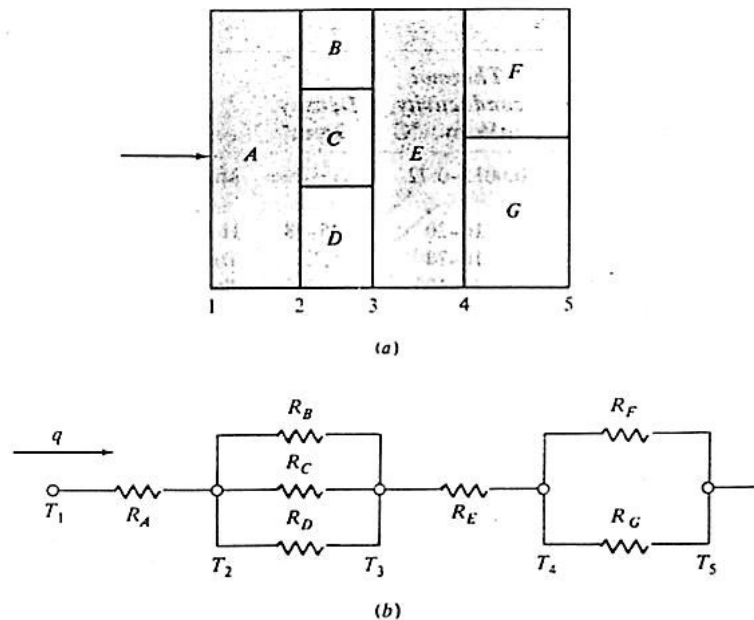


Fig. 2-2 Series and parallel one-dimensional heat transfer through a composite wall and electrical analog.

## Sistem Radial – Silinder

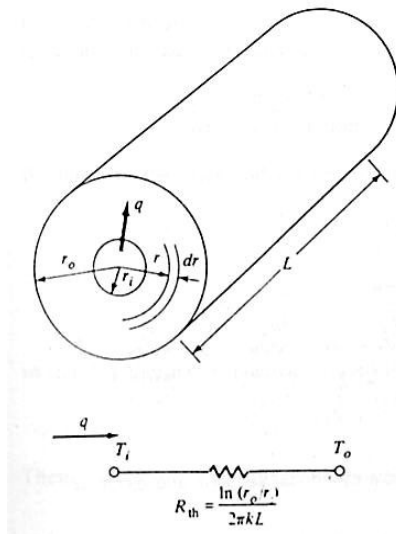


Fig. 2-3 One-dimensional heat flow through a hollow cylinder and electrical analog.

Perbedaan suhu di silinder adalah  $T_i - T_o$ . Untuk silinder dengan panjang yang sangat besar dibandingkan dengan diameter, bisa diasumsikan bahwa kalor mengalir hanya dalam arah radial.

Luas area bagi aliran kalor :

$$A_r = 2\pi rL$$

maka:

$$q_r = -kA_r \frac{dT}{dr}$$

atau:

$$q_r = -2\pi krL \frac{dT}{dr} \quad (2-7)$$

dengan kondisi batas:

$$T = T_i \text{ pada } r = r_i \text{ (pada jari-jari } r_i \text{ temperaturnya adalah } T_i)$$

$$T = T_o \text{ pada } r = r_o$$

maka:

$$q = \frac{2\pi kL(T_i - T_o)}{\ln(r_o/r_i)} \quad (2-8)$$

atau 
$$q = \frac{T_i - T_o}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL}}$$

dan tahanan termal adalah:

$$R_{th} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL}$$

Jika silinder mempunyai dinding berlapis seperti gambar 4, maka:

$$q = \frac{T_1 - T_4}{(\ln(r_2/r_1)/k_A 2\pi L + \ln(r_3/r_2)/k_B 2\pi L + \ln(r_4/r_3)/k_C 2\pi L)}$$

$$q = \frac{T_1 - T_4}{(\ln(r_2/r_1)/k_A + \ln(r_3/r_2)/k_B + \ln(r_4/r_3)/k_C)(1/2\pi L)}$$

$$q = \frac{2\pi L(T_1 - T_4)}{\ln(r_2/r_1)/k_A + \ln(r_3/r_2)/k_B + \ln(r_4/r_3)/k_C} \quad (2-9)$$

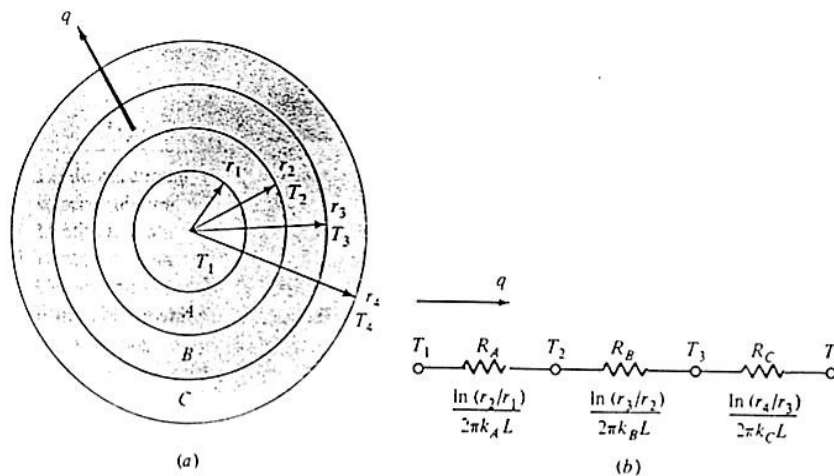


Fig. 2-4 One-dimensional heat flow through multiple cylindrical sections and electrical analog

**Pada sistem bola**, sistem bisa dianggap sebagai satu dimensi jika temperatur adalah hanya sebagai fungsi jari-jari. Laju kalor dirumuskan:

$$q = \frac{4\pi k(T_i - T_o)}{1/r_i - 1/r_o} \quad (2-10)$$

Contoh Soal 1:

Dinding eksterior sebuah rumah terbuat dari bata dengan tebal 4 inchi ( $k = 0,7$  W/m. $^{\circ}$ C) diikuti dengan plester gipsum dengan tebal 1,5 inchi ( $k = 0,48$  W/m. $^{\circ}$ C). Berapa tebal isolasi rock-wool ( $k = 0,065$  W/m. $^{\circ}$ C) yang harus ditambahkan untuk mengurangi kerugian kalor (atau penambahan) melalui dinding sebesar 80%?

*Jawab:*

Kerugian kalor keseluruhan dirumuskan:

$$q = \frac{\Delta T}{\sum R_{th}}$$

Karena kerugian kalor dengan isolasi rock-wool hanya 20% (pengurangan 80%) daripada sebelum isolasi:

$$\frac{q \text{ dengan isolasi}}{q \text{ tanpa isolasi}} = 0,2 = \frac{\sum R_{th} \text{ tanpa isolasi}}{\sum R_{th} \text{ dengan isolasi}}$$

Kita punya bata dan plester (gypsum), untuk satuan luas,

$$R_b = \frac{\Delta x}{k} = \frac{(4)(0,0254)}{0,7} = 0,145 \text{ m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C/W}$$

$$R_p = \frac{\Delta x}{k} = \frac{(1,5)(0,0254)}{0,48} = 0,079 \text{ m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C/W}$$

Tahanan termal tanpa isolasi:

$$R = 0,145 + 0,079 = 0,224 \text{ m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C/W}$$

maka:  $R_{\text{dengan isolasi}} = 0,224/0,2 = 1,122 \text{ m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C/W}$

$$1,122 = 0,224 + R_{rw}$$

$$R_{rw} = 0,898 = \Delta x/k = \Delta x/0,065$$

$$\Delta x = 0,0584 \text{ m} = 2,30 \text{ in}$$

**Contoh soal 2:**

Tube dinding tebal dari baja anti karat (18% Cr, 8% Ni,  $k = 19 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ) dengan diameter dalam 2 cm dan diameter luar 4 cm ditutup dengan isolasi asbestos setebal 3 cm ( $k = 0,2 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ). Jika temperatur dinding dalam pipa dijaga  $600^\circ\text{C}$ , hitunglah kerugian kalor per meter panjang jika temperatur luar adalah  $100^\circ\text{C}$ .

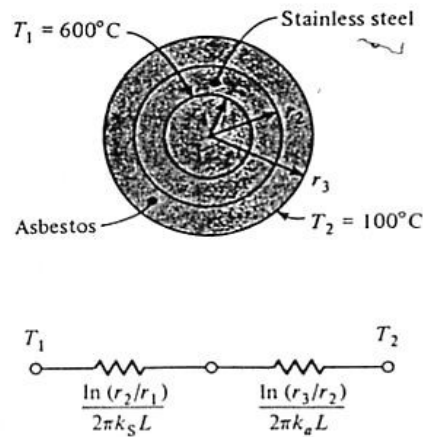


Fig. Ex. 2-2

**Jawab**

Gambar memperlihatkan jaringan termal untuk soal ini. Aliran kalor adalah :

$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi(T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)/k_b + \ln(r_3/r_2)/k_a} = \frac{2\pi(600 - 100)}{(\ln 2)/19 + (\ln 5/2)/0,2} = 680 \text{ W/m}$$

**Koefisien Perpindahan Kalor Keseluruhan**

Perpindahan

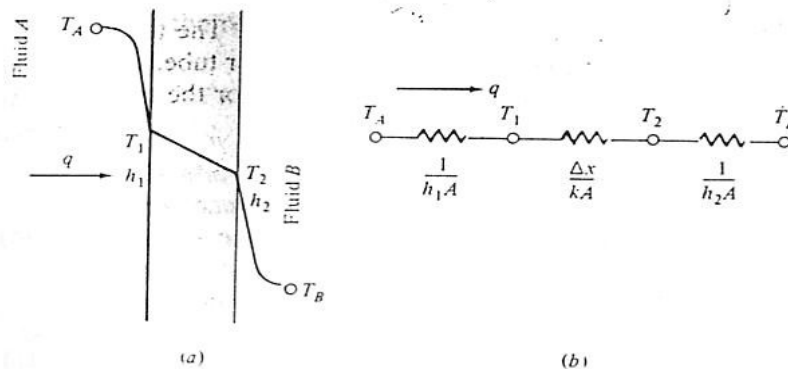


Fig. 2-5 Overall heat transfer through a plane wall.

$$q = h_1 A (T_A - T_2) = \frac{kA}{\Delta x} (T_1 - T_2) = h_2 A (T_2 - T_B)$$

Perpindahan kalor bisa dituliskan dengan tahanan termal seperti pada gambar di atas sehingga :

$$q = \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\Delta x}{kA} + \frac{1}{h_2 A}} \quad (2-12)$$

$$q = \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{A} \left( \frac{1}{h_1} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_2} \right)} = \frac{A(T_A - T_B)}{\left( \frac{1}{h_1} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_2} \right)}$$

Persamaan diatas secara umum ditulis:

$$q = UA \Delta T_{\text{keseluruhan}} \quad (2-13)$$

dimana  $U$  adalah koefisien perpindahan kalor keseluruhan.

$$U = \frac{1}{1/h_1 + \Delta x/k + 1/h_2}$$

Untuk Silinder berlobang :

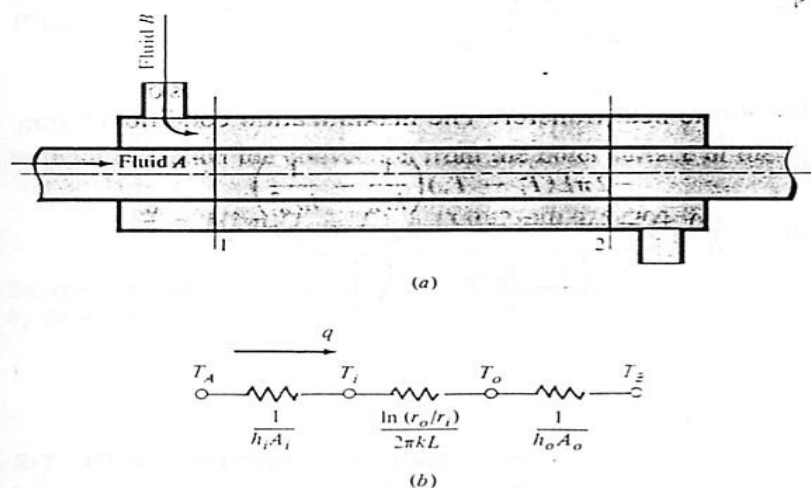


Fig. 2-6 Resistance analogy for hollow cylinder with convection boundaries.

Perpindahan kalor keseluruhan:

$$q = \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(r_o / r_i)}{2\pi k L} + \frac{1}{h_o A_o}} \quad (2-14)$$

dimana notasi *i* untuk bagian dalam pipa dan *o* untuk bagian luar pipa.

Koefisien perpindahan kalor keseluruhan berdasarkan luar permukaan dalam :

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{A_i \ln(r_o / r_i)}{2\pi k L} + \frac{A_i}{A_o} \frac{1}{h_o}} \quad (2-15)$$

dan berdasarkan luar permukaan luar :

$$U = \frac{1}{\frac{A_o}{A_i} \frac{1}{h_i} + \frac{A_o \ln(r_o / r_i)}{2\pi k L} + \frac{1}{h_o}} \quad (2-16)$$

### Tebal Kritis Isolasi

Misalkan sebuah lapisan isolasi dipasang di sekeliling pipa bulat seperti gambar

7. Perpindahan kalor yang terjadi adalah:

$$q = \frac{2\pi L(T_i - T_\infty)}{\frac{\ln(r_o / r_i)}{k} + \frac{1}{r_o h}} \quad (2-17)$$

dimana:  $T_i$  = Temperatur dalam isolasi

$T_\infty$  = Permukaan yang berhubungan dengan lingkungan secara konveksi.



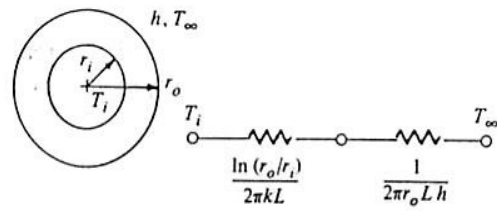


Fig. 2-7 Critical insulation thickness.

Kondisi maksimal adalah:

$$\frac{dq}{dr_o} = \frac{-2\pi L(T_i - T_\infty) \left( \frac{1}{kr_o} - \frac{1}{hr_o^2} \right)}{\left( \frac{\ln(r_o/r_i)}{k} + \frac{1}{r_o h} \right)^2}$$

dan :

$$r_o = \frac{k}{h} \tag{2-18}$$

## SISTEM DENGAN SUMBER PANAS

### Bidang Datar Dengan Sumber Panas

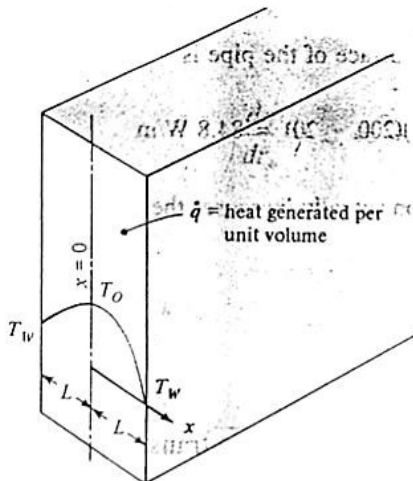


Fig. 2-8 Sketch illustrating one-dimensional conduction problem with heat generation.

Tebal dinding pada arah sumbu x adalah  $2L$ , dan diasumsikan bahwa dimensi pada arah yang lainnya cukup besar sehingga perpindahan kalor dianggap satu

dimensi. Dengan menganggap konduktivitas termal tidak berubah terhadap temperatur:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (2-19)$$

dimana :  $\dot{q}$  = kalor yang dibangkitkan per satuan volume

Kondisi batas :

Temperatur,  $T = T_w$  pada  $x = \pm L$

Persamaan 2-19 diintegalkan menjadi:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2-20)$$

Karena temperatur harus sama dikedua sisi dinding,  $C_1$  mesti nol. Temperatur pada bidang tengah adalah  $T_0$  dan dari persamaan 2-10:

$$T_0 = C_2$$

Maka distribusi temperatur menjadi:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + T_0$$

$$T - T_0 = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 \quad (2-21a)$$

atau :

$$\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = \frac{x^2}{L^2} \quad (2-21b)$$

Persamaan di atas adalah persamaan parabola.

Pada kondisi stedi, energi total yang dibangkitkan sama dengan panas yang hilang di permukaan. Maka:

$$2 \left( -kA \frac{dT}{dx} \right)_{x=L} = \dot{q}A2L$$

dimana  $A$  adalah luas penampang pelat. Gradien temperatur pada dinding diperoleh dengan mendiferensialkan persamaan 2-21b:

$$\left[ \frac{dT}{dx} \right]_{x=L} = \left[ (T_w - T_0) \left( \frac{2x}{L^2} \right) \right]_{x=L} = (T_w - T_0) \frac{2}{L}$$

sehingga:

$$-k(T_w - T_0) \frac{2}{L} = qL$$

dan 
$$T_0 = \frac{qL^2}{2k} + T_w \quad (2-22)$$

Persamaan untuk distribusi temperatur bisa juga ditulis dalam bentuk alternatif:

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = 1 - \frac{x^2}{L^2} \quad (2-21c)$$

### Silinder Dengan Sumber Panas

Jika silinder sangat panjang, maka temperatur bisa dianggap hanya sebagai fungsi jari-jari, dan persamaannya adalah:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{q}{k} = 0 \quad (2-23)$$

Kondisi batas :

$$\text{Temperatur, } T = T_w \quad \text{pada } r = R$$

Dan kalor yang dibangkitkan sama dengan kehilangan panas pada permukaan:

$$q \pi R^2 L = \left[ -k 2 \pi RL \frac{dT}{dr} \right]_{r=R}$$

Karena fungsi temperatur mesti kontinu pada pusat silinder, kita bisa nyatakan:

$$\frac{dT}{dr} = 0 \quad \text{pada } r = 0$$

Dari persamaan 2-23:

$$r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{-qr}{k}$$

sedangkan :

$$r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr} r \frac{dT}{dr}$$

Diintegrasikan menjadi:

$$r \frac{dT}{dr} = \frac{-qr^2}{2k} + C_1$$

dan

$$T = \frac{-qr^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

Dari kondisi batas kedua diatas,

$$\left[ \frac{dT}{dr} \right]_{r=R} = \frac{-qr}{2k} = \frac{-qR}{2k} + \frac{C_1}{R}$$

sehingga  $C_1 = 0$

Dari kondisi batas pertama:

$$T = T_w = \frac{-qR^2}{4k} + C_2 \text{ pada } r = R$$

sehingga:  $C_2 = T_w + \frac{qR^2}{4k}$

Jawabab akhir distribusi temperatur adalah:

$$T = \frac{-qr^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

$$T = \frac{-qr^2}{4k} + T_w + \frac{qR^2}{4k}$$

$$T - T_w = \frac{q}{4k} (R^2 - r^2) \tag{2-24a}$$

atau dalam bentuk tak berdimensi:

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (2-24b)$$

dimana  $T_0$  adalah temperatur pada  $r = 0$  dan diberikan oleh :

$$T_0 = \frac{qR^2}{4k} + T_w \quad (2-25)$$

Untuk silinder berlobang dengan sumber panas yang terdistribusi merata, kondisi batas adalah:

$$T = T_i \text{ pada } r = r_i \text{ (permukaan dalam)}$$

$$T = T_o \text{ pada } r = r_o \text{ (permukaan luar)}$$

Persamaan umum tetap:

$$T = -\frac{qr^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

Penerapan kondisi batas yang baru menghasilkan:

$$T - T_o = \frac{q}{4k}(r_o^2 - r^2) + C_1 \ln \frac{r}{r_o} \quad (2-26)$$

dimana konstanta  $C_1$  adalah :

$$C_1 = \frac{T_i - T_o + q(r_i^2 - r_o^2)/4k}{\ln(r_i/r_o)} \quad (2-27)$$

### Contoh soal 3:

*Arus listrik sebesar 200 A dilewatkan ke sebuah kawat baja tahan karat ( $k = 19 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) yang berdiameter 3 mm. Tahanan baja adalah  $70 \mu\Omega/\text{cm}$  dan panjang kawat 1 m. Kawat dicelupkan kedalam cairan yang bersuhu  $110^\circ\text{C}$  dan mengalami perpindahan kalor dengan koefisien  $4 \text{ kW/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ . Hitunglah temperatur pada pusat kawat.*

### **Jawab:**

Diketahui:  $I = 200 \text{ A}$  ;  $k = 19 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  ;  $d = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$  ;  $L = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  ;

$$h = 4 \text{ kW/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} = 4000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}; T_\infty = 110 \text{ } ^\circ\text{C} ; \rho = 70 \text{ } \mu\Omega.\text{cm} = 70 \times 10^{-8} \text{ } \Omega.\text{m} ;$$

Semua daya yang dibangkitkan kawat mesti dikeluarkan secara konveksi ke cairan:

$$P = q$$

$$I^2R = hA (T_w - T_\infty)$$

$$A = \text{Luas permukaan kawat} = \pi.d.L$$

Tahanan kawat dihitung dari:

$$R = \rho \frac{L}{\pi r^2} = \frac{(70 \times 10^{-8})(1)}{\pi (1,5 \times 10^{-3})^2} = 0,099 \text{ } \Omega \quad ; A = \text{luas penampang}$$

kawat

dimana  $\rho$  adalah resistivitas kawat.

sehingga:

$$I^2R = hA (T_w - T_\infty)$$

$$(200)^2(0,099) = 4000 \pi (3 \times 10^{-3})(1)(T_w - 110)$$

$$3960 = 4000 \pi (3 \times 10^{-3})(1)(T_w - 110)$$

$$T_w = 215 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Kalor yang dibangkitkan per satuan volume  $q_v$  dihitung dari:

$$P = q_v V = q \pi r^2 L$$

sehingga:

$$q_v = \frac{3960}{\pi (1,5 \times 10^{-3})^2 (1)} = 560.509.554 \text{ W/m}^3$$

$$= 560,5 \text{ MW/m}^3$$

Terakhir, temperatur pusat kawat dihitung dengan:

$$T_0 = \frac{qr_0^2}{4k} + T_w = \frac{(5,602 \times 10^8)(1,5 \times 10^{-3})^2}{(4)(19)} + 215 = 231,6 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

## Sistem Konveksi-Konduksi

Kalor yang dikonduksikan ke suatu benda secara berkala mesti dibuang dengan proses konveksi. Contohnya, kerugian kalor secara konduksi melalui dinding tanur tinggi mesti dilepaskan ke lingkungannya secara konveksi.

Perhatikan gambar 9 berikut ini:

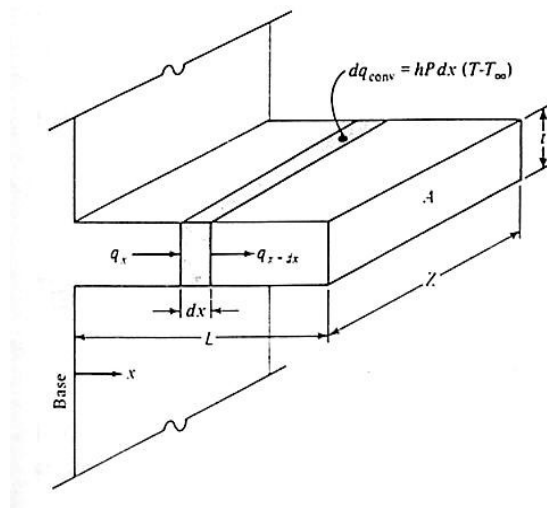


Fig. 2-9 Sketch illustrating one-dimensional conduction and convection through a rectangular fin.

Energi masuk pada muka kiri = Energi keluar pada sisi kanan + kehilangan energi karena konveksi

Rumus perpindahan kalor konveksi:

$$q = h.A (T_w - T_{\infty}) \quad (2-28)$$

dimana luas permukaan adalah luas permukaan untuk konveksi .

Energi masuk dari permukaan kiri =  $q_x = -kA \frac{dT}{dx}$

Energi keluar di permukaan kanan :

$$\begin{aligned} &= q_{x+dx} = \left[ -kA \frac{dT}{dx} \right]_{x+dx} \\ &= -kA \left( \frac{dT}{dx} + \frac{d^2 T}{dx^2} dx \right) \end{aligned}$$

Kehilangan energi karena konveksi =  $q_{conv} = h.P.dx (T - T_{\infty})$

dimana  $P$  adalah perimeter.

sehingga :

$$q_x = q_{x+dx} + q_{conv}$$

$$-kA \frac{dT}{dx} = -kA \left( \frac{dT}{dx} + \frac{d^2T}{dx^2} dx \right) + hPdx(T - T_i)$$

$$-kA \frac{dT}{dx} = -kA \frac{dT}{dx} - kA \frac{d^2T}{dx^2} dx + hPdx(T - T_i)$$

$$kA \frac{d^2T}{dx^2} dx - hPdx(T - T_i) = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_i) = 0$$

..... (2.29a)

Ambil  $\theta = T - T_\infty$

Sehingga :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP}{kA}\theta = 0 \quad (2.29b)$$

Kondisi batas:

pada  $x = 0$ ,  $\theta = \theta_0 = T_0 - T_\infty$

Kondisi batas lainnya tergantung pada situasi fisik. Beberapa kasus yang mungkin:

Kasus 1 : sirip sangat panjang dan temperatur pada ujung sirip sama dengan fluida disekelilingnya.

Kasus 2 : sirip panjangnya terbatas dan kerugian kalor secara konveksi pada ujungnya.

Kasus 3 : ujung sirip terisolasi sehingga  $\frac{dT}{dx} = 0$  pada  $x = L$

Misalkan :  $m^2 = hP/kA$

Bentuk umum persamaan 2.29b adalah:



$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP}{kA}\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

$$\theta = C_1e^{-mx} + C_2e^{mx} \quad (2.30)$$

- Untuk kasus 1, batas kondisi:

$$\theta = \theta_0 \text{ pada } x=0$$

$$\theta = 0 \text{ pada } x=\infty$$

sehingga :

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-mx} \quad (2.31)$$

- Untuk kasus 3, kondisi batas adalah:

$$\theta = \theta_0 \text{ pada } x = 0$$

$$\frac{d\theta}{dx} = 0 \text{ pada } x = L$$

sehingga :  $\theta_0 = C_1 + C_2$

$$0 = m(-C_1e^{-mL} + C_2e^{mL})$$

dengan meeliminasi  $C_1$  dan  $C_2$  didapat:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}} + \frac{e^{mx}}{1 + e^{2mL}} \quad (2.32a)$$

$$= \frac{\cosh[m(L - x)]}{\cosh mL} \quad (2.32b)$$

Catatan:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad ; \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

- Untuk kasus 2, penyelesaian persamaan berupa turunan aljabar dan hasilnya:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T - T_i}{T_0 - T_i} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk) \sinh m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL} \quad (2-33)$$

Semua kerugian kalor pada sirip dikonduksikan pada  $x = 0$ .

Kerugian kalor bisa dihitung dengan:

$$q = -kA \left[ \frac{dT}{dx} \right]_{x=0}$$

Atau dengan alternatif lain dengan cara integrasi, persamaan konveksi:

$$q = \int_0^L hP(T - T_w) dx = \int_0^L hP \theta dx$$

Sehingga kerugian kalor untuk kasus 1:

$$q = -kA(-m \theta_0 e^{-mL}) = \sqrt{hPkA} \theta_0 \quad (2-34)$$

Untuk kasus 2:

$$q = \sqrt{hPkA} (T_0 - T_i) \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL} \quad (2-35)$$

Untuk kasus 3:

$$\begin{aligned} q &= -kA \theta_0 \left( \frac{1}{1 + e^{-2mL}} - \frac{1}{1 + e^{+2mL}} \right) \\ &= \sqrt{hPkA} \theta_0 \tanh mL \end{aligned} \quad (2-36)$$

Rumus-rumus di atas digunakan atas asumsi bahwa gradien temperatur terjadi hanya pada arah  $x$ .

Contoh soal:

Sebuah sirip aluminium ( $k = 200 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ) dengan tebal 3,0 mm dan panjang 7,5 cm timbul dari sebuah dinding, seperti Error: Reference source not found. Dasar aluminium dijaga pada suhu  $300^\circ \text{C}$ , dan temperatur ambien adalah  $50^\circ \text{C}$  dengan  $h = 10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Hitunglah pelepasan kalor dari sirip per satuan kedalaman bahan.

Jawab:

Diketahui:  $k = 200 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ;  $t = 3,0 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ;  $L = 7,5 \text{ cm}$ ;  $T_0 = 300^\circ \text{C}$ ;  $T_\infty = 50^\circ \text{C}$ ;  $h = 10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$

Kita dapat menggunakan metode pendekatan dengan memperpanjang sirip menjadi  $t/2$  dan kemudian menghitung perpindahan kalor dari sirip dengan ujung terisolasi menggunakan persamaan 2.39.

$$L_c = L + t/2 = 7,5 + 0,15 = 7,65 \text{ cm} = 0,0765 \text{ m}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = \sqrt{\left[ \frac{h(2z + 2t)}{ktz} \right]}$$

$$m \approx \sqrt{\left[ \frac{2h}{kt} \right]}$$

Bila kedalaman sirip  $z \gg t$ . Sehingga:

$$m = \left[ \frac{(2)(10)}{(200)(3 \times 10^{-3})} \right]^{1/2} = 5,774$$

Dari persamaan 2.39 untuk sirip dengan ujung terisolasi:

$$q = (\tanh mL_c) \sqrt{hPkA} \theta_0$$

Untuk kedalaman 1 m:

$$A = 1 \times t = (1)(3 \times 10^{-3}) = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

dan  $\sqrt{hPkA} = m \cdot k \cdot A$

$$\theta_0 = T_0 - T_\infty$$

$$= 300 - 50 = 250^\circ \text{C}$$

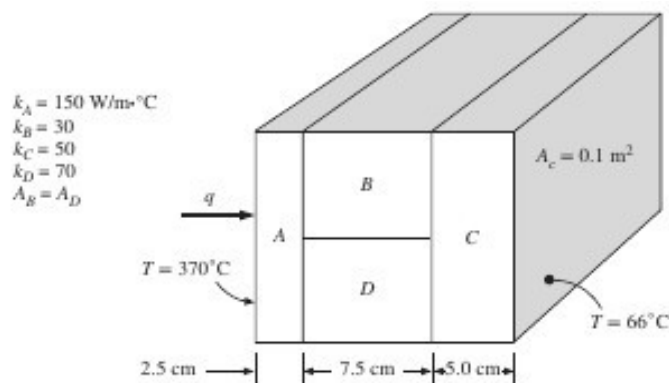
sehingga  $q = (\tanh mL_c) m \cdot k \cdot A \theta_0$

$$= (\tanh [(5,774)(0,0765)]) (5,774)(200)(3 \cdot 10^{-3})(250)$$

$$= 359 \text{ W/m}$$

**Soal-soal:**

1. Sebuah dinding dengan tebal 2 cm terbuat dari bahan yang mempunyai konduktivitas termal 1,3 W/m.°C. Dinding diisolasi dengan bahan yang mempunyai konduktivitas termal 0,35 W/m.°C sehingga kerugian kalor per satuan meter persegi tidak melebihi 1830 W. Temperatur permukaan dalam dan luar dinding masing-masingnya adalah 1300 dan 30° C. Hitunglah ketebalan isolasi yang diperlukan.
2. Dinding komposit terbuat dari pelat tembaga dengan tebal 2,5 cm, asbes dengan tebal 3,2 mm dan serat kaca dengan tebal 5 cm. Perbedaan temperatur pada kedua permukaan dinding adalah 560° C. Hitunglah aliran kalor per satuan luas melalui komposit.
3. Carilah perpindahan kalor per satuan luas dari dinding komposit seperti gambar berikut. Diasumsikan aliran kalor satu dimensi.



4. Sebuah kawat dengan diameter 1,0 mm dijaga temperaturnya pada 400° C dan terpapar ke lingkungan secara konveksi yang mempunyai temperatur 40° C dengan  $h = 120 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ . Hitunglah konduktivitas termal yang akan menyebabkan ketebalan isolasi 0,2 mm untuk menghasilkan jari-jari kritis. Berapa banyak isolasi yang harus ditambahkan untuk mengurangi perpindahan kalor sebesar 75% dari yang dialami kawat tanpa isolasi.
5. Pipa uap panas dengan temperatur permukaan dalam sebesar 250° C mempunyai diameter dalam 8 cm dan tebal dinding 5,5 mm. Pipa dibungkus dengan isolasi dengan tebal 9 cm dan mempunyai nilai  $k = 0,5 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$  diikuti dengan isolasi berikutnya dengan nilai  $k = 0,25 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$  dan tebal 4 cm. Temperatur permukaan luar isolasi adalah 20° C. Hitunglah kerugian kalor per satuan panjang. Diasumsikan  $k = 47 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$  untuk pipa.

### BAB III

## KONDUKSI ALIRAN STEDI - DIMENSI BANYAK

Untuk aliran stedi tanpa pembangkitan panas, persamaan Laplacinya adalah:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (3-1)$$

Aliran kalor pada arah x dan y bisa dihitung dengan persamaan Fourier:

$$q_x = -kA_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3-2)$$

$$q_y = -kA_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3-3)$$

Aliran kalor total pada suatu titik di suatu material adalah resultan  $q_x$  dan  $q_y$  pada titik tersebut. Vektor aliran kalor total adalah tegak lurus pada garis isothermal seperti ditunjukkan gambar 1. Sehingga jika distribusi temperatur suatu material diketahui, kita dengan mudah bisa menentukan aliran panas.

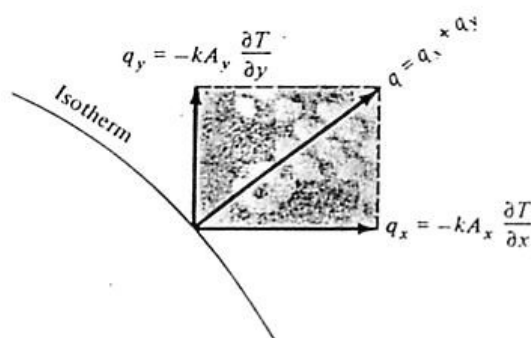


Fig. 3-1 Sketch showing the heat flow in two dimensions.

## Analisis Matematik Konduksi Kalor Dua Dimensi

Misalkan sebuah pelat persegi seperti yang ditunjukkan gambar 3-2, tiga sisi pelat dijaga pada temperatur  $T_1$ , dan sisi atas mempunyai distribusi temperatur tertentu. Distribusi temperatur tersebut bisa merupakan distribusi temperatur konstan atau bisa jadi lebih kompleks, misalnya distribusi sinus.

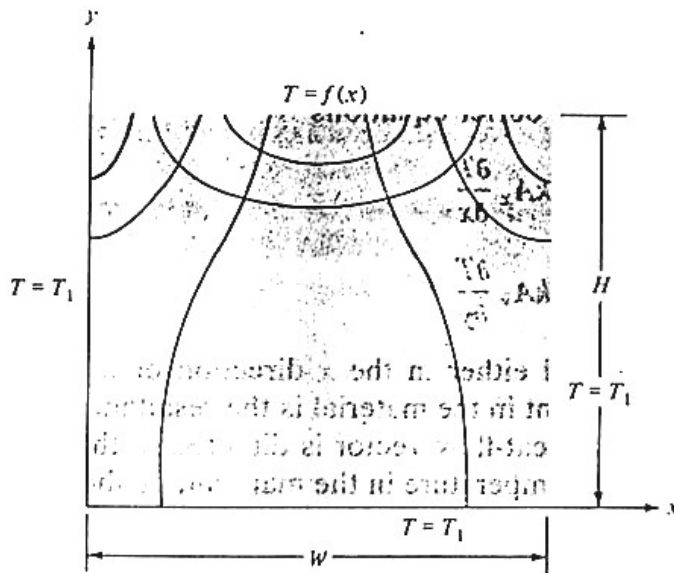


Fig. 3-2 Isotherms and heat flow lines in a rectangular plate.

Solusi persamaan diferensial diasumsikan berbentuk:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$T = XY \quad \text{dimana} \quad X = X(x) \quad (3-4)$$

$$Y = Y(y)$$

Distribusi temperatur berbentuk sinus, dan kondisi batas:

$$\text{Temperatur} = T_1 \text{ pada } y = 0$$

$$\text{Temperatur} = T_1 \text{ pada } x = 0 \quad (3-5)$$

$$\text{Temperatur} = T_1 \text{ pada } x = W$$

$$T = T_m \sin\left(\frac{\pi x}{W}\right) + T_1 \text{ pada } y = H$$

dimana  $T_m$  adalah amplitudo fungsi sinus. Substitusi persamaan (6-4) ke (6-1) menghasilkan:

$$-\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} \quad (3-6)$$

Masing-masing sisi persamaan di atas adalah tak bergantung karena  $x$  dan  $y$  adalah variabel tak bergantung. Karenanya setiap sisi persamaan sama dengan suatu konstanta. Maka didapat dua persamaan:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \lambda^2 X = 0 \quad (3-7)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + \lambda^2 Y = 0 \quad (3-8)$$

dimana  $\lambda^2$  disebut *konstanta separasi*. Persamaan diatas diuji terhadap kondisi batas.

$$\begin{aligned} \text{Untuk } \lambda^2 = 0: \quad X &= C_1 + C_2 x \\ Y &= C_3 + C_4 y \\ T &= XY = (C_1 + C_2 x)(C_3 + C_4 y) \end{aligned} \quad (3-9)$$

Fungsi ini tidak memenuhi kondisi batas fungsi sinus, jadi solusi untuk  $\lambda^2 = 0$  tidak dipakai.

$$\begin{aligned} \text{Untuk } \lambda^2 < 0: \quad X &= C_5 e^{-\lambda x} + C_6 e^{\lambda x} \\ Y &= C_7 \cos \lambda y + C_8 \sin \lambda y \\ T &= XY \\ T &= (C_5 e^{-\lambda x} + C_6 e^{\lambda x})(C_7 \cos \lambda y + C_8 \sin \lambda y) \end{aligned} \quad (3-10)$$

Terlihat, bahwa kondisi batas fungsi sinus tak terpenuhi, jadi jawaban ini tidak digunakan.

$$\begin{aligned} \text{Untuk } \lambda^2 > 0: \quad X &= C_9 \cos \lambda x + C_{10} \sin \lambda x \\ Y &= C_{11} e^{-\lambda y} + C_{12} e^{\lambda y} \\ T &= XY \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$T = (C_9 \cos \lambda x + C_{10} \sin \lambda x)(C_{11}e^{-\lambda y} + C_{12}e^{\lambda y})$$

Terlihat bahwa adalah mungkin memenuhi kondisi batas fungsi sinus, untuk memudahkan dalam penyelesaian matematik, misalkan:

$$\theta = T - T_1$$

Maka kondisi batas:

$$\begin{aligned} \theta &= 0 && \text{pada } y = 0 \\ \theta &= 0 && \text{pada } x = 0 \\ \theta &= 0 && \text{pada } x = W \end{aligned} \tag{3-12}$$

$$\theta = T_m \sin \frac{\pi x}{W} \quad \text{pada } y = H$$

Dengan menggunakan kondisi ini:

$$0 = (C_9 \cos \lambda x + C_{10} \sin \lambda x)(C_{11} + C_{12}) \tag{a}$$

$$0 = C_9 (C_{11}e^{-\lambda y} + C_{12}e^{\lambda y}) \tag{b}$$

$$0 = (C_9 \cos \lambda W + C_{10} \sin \lambda W)(C_{11}e^{-\lambda y} + C_{12}e^{\lambda y}) \tag{c}$$

$$T_m \sin \frac{\pi x}{W} = (C_9 \cos \lambda x + C_{10} \sin \lambda x)(C_{11}e^{-\lambda H} + C_{12}e^{\lambda H}) \tag{d}$$

Sehingga:  $C_{11} = -C_{12}$

$$C_9 = 0$$

Dan dari (c) :  $0 = C_{10} C_{12} \sin \lambda W (e^{\lambda y} - e^{-\lambda y})$

Ini menghendaki:  $\sin \lambda W = 0$  (3-13)

Perlu diingat bahwa  $\lambda$  adalah konstanta separasi yang belum ditentukan. Beberapa harga bisa memenuhi persamaan (6-13), dan bisa ditulis dengan:

$$\lambda = \frac{n\pi}{W} \tag{3-14}$$

dimana  $n$  adalah bilangan bulat. Jawaban akhir adalah deret tak terbatas:



$$\theta = T - T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{W} \sinh \frac{n\pi y}{W} \quad (3-15)$$

Kondisi batas akhir:

$$T_m \sin \frac{\pi x}{W} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{W} \sinh \frac{n\pi H}{W}$$

Untuk  $n > 1$  maka  $C_n = 0$ , maka:

$$T = T_m \frac{\sinh(\pi y / W)}{\sinh(\pi H / W)} \sin \frac{\pi x}{W} + T_1 \quad (3-16)$$

Medan temperatur untuk persamaan ni ditunjukkan oleh gambar 2 diatas. Catat bahwa garis aliran kalor adalah tegak lurus terhadap isothermal.

Sekarang anggaplah kondisi batas sebagai berikut:

$$T = T_1 \text{ pada } y = 0$$

$$T = T_1 \quad \text{pada } x = 0$$

$$T = T_1 \quad \text{pada } x = W$$

$$T = T_2 \quad \text{pada } y = H$$

Dengan tiga kondisi batas pertama, diperoleh jawaban dalam bentuk persamaan (6-15):

$$T - T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{W} \sinh \frac{n\pi y}{W} \quad (3-17)$$

Dengan menerapkan kondisi batas keempat menghasilkan:

$$T_2 - T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{W} \sinh \frac{n\pi H}{W} \quad (3-18)$$

Persamaan diatas adalah deret sinus Fourier, dan harga  $C_n$  bisa dicari dengan mengembangkan perbedaan temperatur konstan  $T_2 - T_1$  pada deret Fourier dengan interval  $0 < x < W$ . Deretnya adalah:

$$T_2 - T_1 = (T_2 - T_1) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \sin \frac{n\pi x}{W} \quad (3-19)$$

Dari persamaan (6-18) dan (6-19) diperoleh:

$$C_n = \frac{2}{\pi} (T_2 - T_1) \frac{1}{\sinh(n\pi H/W)} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n}$$

dan persamaan akhir adalah:

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \sin \frac{n\pi x}{W} \frac{\sinh(n\pi y/W)}{\sinh(n\pi H/W)} \quad (3-20)$$

### Analisis Grafik

Anggaplah sebuah sistem dua dimensi seperti yang ditunjukkan oleh gambar 3. Permukaan dalam diatur pada temperatur tertentu yaitu  $T_1$ , dan bagian luar dijaga pada temperatur  $T_2$ . Garis isothermal dan aliran panas telah digambar untuk memudahkan analisis.

Garis isothermal dan aliran kalor membentuk group gambar kurvalinier seperti gambar 3b. Aliran kalor melalui bidang kurva linier ini adalah:

$$q = -k\Delta x(1) \frac{\Delta T}{\Delta y} \quad (3-21)$$

Jika  $\Delta x \cong \Delta y$  maka:

$$\Delta T = \frac{\Delta T_{\text{keseluruhan}}}{N}$$

dimana  $N$  adalah jumlah kenaikan temperatur antara permukaan bagian dalam dan permukaan luar. Jika  $M$  jumlah bidang aliran panas maka aliran panas total:

$$q = \frac{M}{N} k \Delta T_{\text{keseluruhan}} = \frac{M}{N} k (T_2 - T_1) \quad (3-22)$$

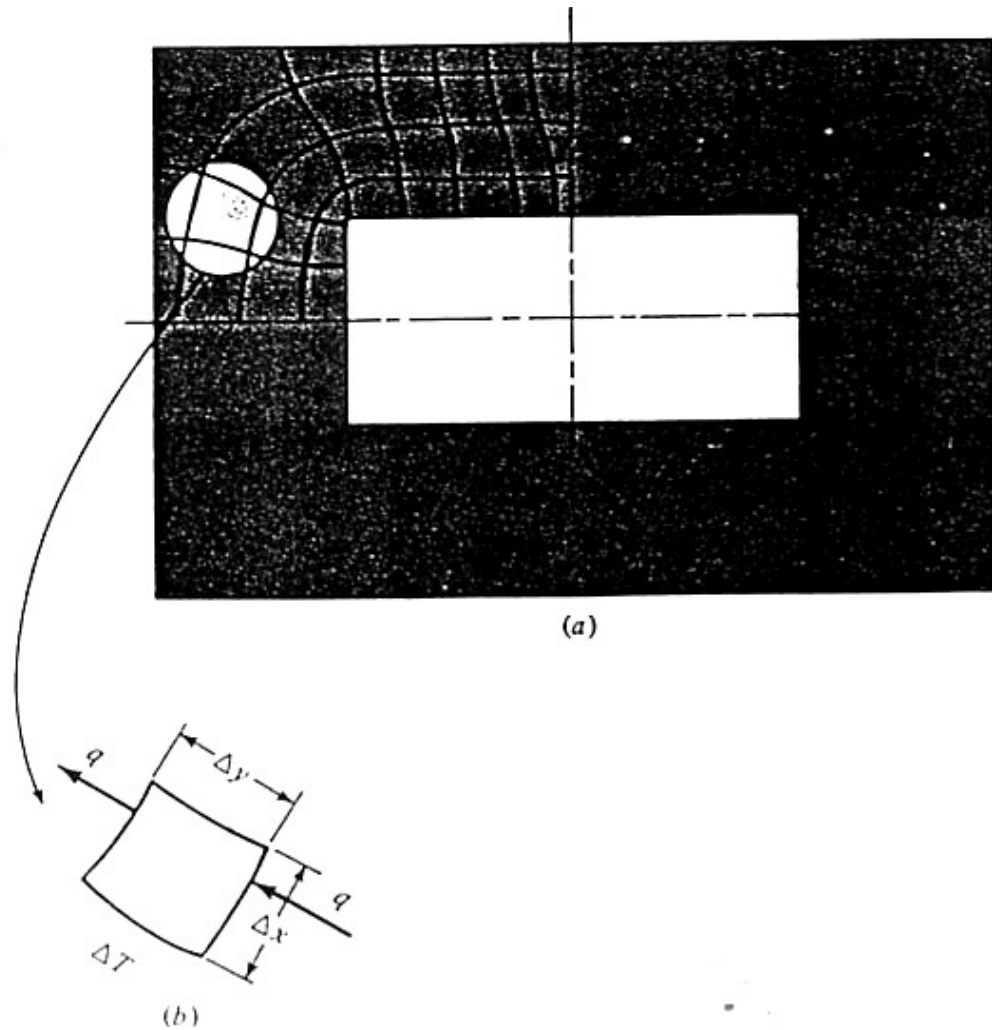


Fig. 3-3 Sketch showing element used for curvilinear-square analysis of two-dimensional heat flow.

### Faktor Bentuk Konduksi

Pada sistem dua dimensi dimana hanya ada dua batas temperatur, kita bisa mendefinisikan *faktor bentuk konduksi S* yaitu:

$$q = S.k.\Delta T_{\text{keseluruhan}} \quad (3-23)$$

Harga  $S$  telah dicari untuk berbagai bentuk benda dan ditabelkan pada tabel 1.

Table 3-1 Conduction Shape Factors, Summarized from Refs. 6 and 7

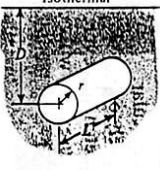
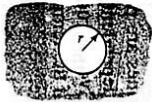
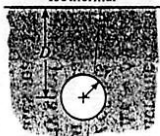
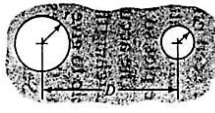
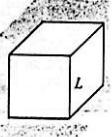
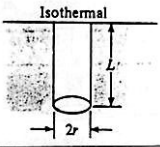
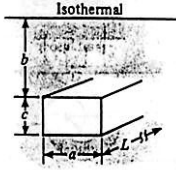
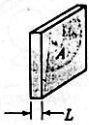
Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Isothermal cylinder of radius $r$ buried in semi-infinite medium having isothermal surface		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}(D/r)}$ $\frac{2\pi L}{\ln(2D/r)}$ $\frac{2\pi L}{\ln \frac{L}{r} \left[ 1 - \frac{\ln(L/2D)}{\ln(L/r)} \right]}$	$L \gg r$ $L \gg r$ $D > 3r$ $D \gg r$ $L \gg D$
Isothermal sphere of radius $r$ buried in infinite medium		$4\pi r$	
Isothermal sphere of radius $r$ buried in semi-infinite medium having isothermal surface		$\frac{4\pi r}{1 - r/2D}$	
Conduction between two isothermal cylinders buried in infinite medium		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1} \left( \frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2} \right)}$	$L \gg r$ $L \gg D$
Buried cube in infinite medium, $L$ on a side		$8.24L$	
Isothermal cylinder of radius $r$ placed in semi-infinite medium as shown		$\frac{2\pi L}{\ln(2L/r)}$	$L \gg 2r$
Isothermal rectangular parallelepiped buried in semi-infinite medium having isothermal surface		$1.685L \left[ \log \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \right]^{-0.59} \left( \frac{b}{c} \right)^{-0.078}$	See Ref. 7
Plane wall		$\frac{A}{L}$	One-dimensional heat flow

Table 3-1 Conduction Shape Factors, Summarized from Refs. 6 and 7 (Continued)

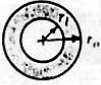
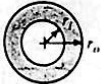

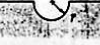
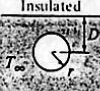
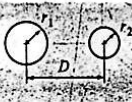
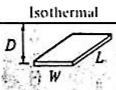


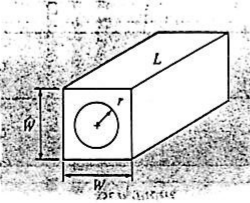
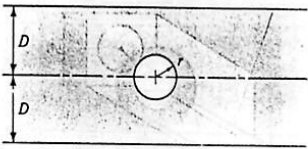
Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Hollow cylinder, length $L$		$\frac{2\pi L}{\ln(r_o/r_i)}$	$L \gg r$
Hollow sphere		$\frac{4\pi r_o r_i}{r_o - r_i}$	
Thin horizontal disk buried in semi-infinite medium with isothermal surface		$4r$ $8r$	$D = 0$ $D \gg 2r$
Hemisphere buried in semi-infinite medium		$2\pi r$	
Isothermal sphere buried in semi-infinite medium with insulated surface		$\frac{4\pi r}{1 + r/2D}$	
Two isothermal spheres buried in infinite medium		$\frac{4\pi}{\frac{r_2}{r_1} \left[ 1 - \frac{(r_1/D)^4}{1 - (r_2/D)^2} \right] - \frac{2r_2}{D}}$	$D > 5r_{max}$
Thin rectangular plate of length $L$ , buried in semi-infinite medium having isothermal surface		$\frac{\pi W}{\ln(4W/L)}$ $\frac{2\pi W}{\ln(4W/L)}$ $\frac{2\pi W}{\ln(2\pi D/L)}$	$D = 0$ $W > L$ $D \gg W$ $W > L$ $W \gg L$ $D > 2W$
Parallel disks buried in infinite medium		$\frac{4\pi}{2 \left[ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(r/D) \right]}$	$D > 5r$ $r/D$ in radians
Eccentric cylinders of length $L$		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1} \left( \frac{r_1^2 + r_2^2 - D^2}{2r_1 r_2} \right)}$	$L \gg r_2$
Cylinder centered in a square of length $L$		$\frac{2\pi L}{\ln(0.54W/r)}$	$L \gg W$

Table 3-1 Conduction Shape Factors, Summarized from Refs. 6 and 7 (Continued)

Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Horizontal cylinder centered in infinite plate		$\frac{2\pi L}{\ln(4D/r)}$	

Perlu dicatat bahwa invers cosinus hiperbolik dirumuskan:

$$\cosh^{-1} x = \ln(x \pm \sqrt{x^2 - 1})$$

Untuk dinding tiga dimensi seperti pada dapur pemanas, faktor bentuk yang terpisah digunakan untuk menghitung aliran kalor pada bidang sisi dan sudut. Jika semua dimensi dalam lebih besar dari seperlima tebal dinding,

$$S_{\text{dinding}} = \frac{A}{L} \qquad S_{\text{sisi}} = 0,54 D \qquad S_{\text{sudut}} = 0,15 L$$

Dimana:  $A$  = luas dinding

$L$  = tebal dinding

$D$  = panjang sisi

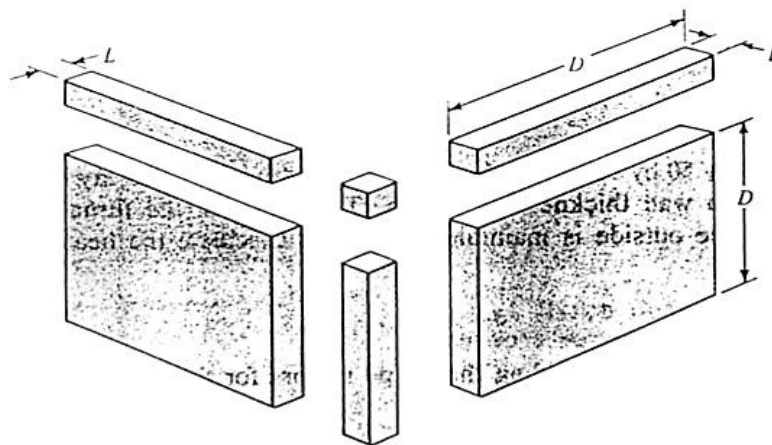


Fig. 3-4 Sketch illustrating dimensions for use in calculating three-dimensional shape factors.

Contoh soal 3-1:

Sebuah pipa horisontal dengan diameter 15 cm dan panjang 4 m dikubur di dalam tanah dengan kedalaman 20 cm. Temperatur dinding pipa adalah 75 °C,

dan temperatur permukaan 15 °C. Konduktivitas termal tanah adalah 0,8 W/m.°C. Hitunglah kerugian panas oleh pipa.

Jawab:

Diket:  $L = 4 \text{ m}$  ;  $D = 20 \text{ cm}$  ;  $d = 15 \text{ cm}$  ;  $r = 7,5 \text{ cm}$  ;  $T_1 = 75 \text{ °C}$  ;  $T_2 = 15 \text{ °C}$  ;  $k = 0,8 \text{ W/m.°C}$

Faktor bentuk dari soal ini diberikan oleh tabel 1. Karena  $D < 3r$ , ( $20 < 22,5$ )

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}(D/r)} = \frac{2\pi(4)}{\cosh^{-1}(20/7,5)} = 15,35 \text{ m}$$

aliran kalor:

$$q = k.S.\Delta T = (0,8)(15,35)(75 - 15) = 859,6 \text{ W}$$

Contoh soal 3-2:

Sebuah dapur pemanas kubus dengan ukuran 50 x 50 cm, pada sisi dalam dibuat dari bata tahan api ( $k = 1,04 \text{ W/m.°C}$ ) dengan tebal dinding 10 cm. Bagian dalam dapur dijaga suhunya pada 500 °C, dan suhu pada bagian luar adalah 50 °C. Hitunglah kerugian kalor melalui dinding.

Jawab:

Diket:  $A = 50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$  ;  $k = 1,04 \text{ W/m.°C}$  ;  $T_1 = 500 \text{ °C}$  ;  $T_2 = 50 \text{ °C}$  ;  $L = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

Kita hitung faktor bentuk total dengan menjumlahkan faktor bentuk dari dinding, sisi dan sudut.

Dinding:  $S = \frac{A}{L} = \frac{(0,5)(0,5)}{0,1} = 2,5 \text{ m}$

Sisi:  $S = 0,54 D = 0,54 (0,5) = 0,27 \text{ m}$

Sudut:  $S = 0,15 L = 0,15 (0,1) = 0,015 \text{ m}$

Ada 6 buah penampang dinding, 12 sisi dan 8 sudut, sehingga faktor bentuk total:

$$S = (6)(2,5) + (12)(0,27) + (8)(0,015) = 18,36 \text{ m}$$

Dan aliran kalor:

$$q = kS \Delta T = (1,04)(18,36)(500 - 50) = 8592 \text{ W} = 8,592 \text{ kW}$$



**Soal-soal:**

1. Sebuah pipa horizontal dengan temperatur permukaan  $67^{\circ}\text{C}$  dan diameter 25 cm dikubur pada kedalaman 1,2 m dalam tanah pada lokasi dimana  $k = 1,8 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ . Temperatur permukaan tanah adalah  $15^{\circ}\text{C}$ . Hitunglah kalor yang hilang oleh pipa per satuan panjang.
2. Pipa dengan diameter 6,0 cm dengan temperatur permukaan dijaga pada  $210^{\circ}\text{C}$  melewati pusat balok beton yang mempunyai ketebalan 45 cm. Permukaan luar temperatur balok beton dijaga pada  $15^{\circ}\text{C}$ . Perkirakanlah kerugian kalor dari pipa per satuan panjang.
3. Pipa dari logam Monel mempunyai ID 2,5 cm, OD 5 cm dibungkus dengan lapisan serat kaca setebal 2,5 cm. Temperatur di dalam pipa dijaga sebesar  $300^{\circ}\text{C}$  dan temperatur luar isolasi adalah  $40^{\circ}\text{C}$ . Berapakah kerugian kalor per satuan panjang?. Ambil  $k = 11 \text{ Btu/h}\cdot\text{ft}\cdot^{\circ}\text{F}$  untuk logam Monel.
4. Sebuah kubus dengan panjang sisi-sisinya 35 cm terbuat dari bata tahan api. Ketebalan dinding adalah 5,0 cm. Temperatur permukaan dalam adalah  $500^{\circ}\text{C}$  dan temperatur permukaan luar adalah  $80^{\circ}\text{C}$ . Hitunglah aliran kalor pada kubus.
5. Pipa yang berdiameter 2,5 cm dan mengalirkan uap air pada tekanan 101 kPa melalui pusat bahan isolasi yang berbentuk blok persegi dengan nilai  $k = 0,04 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ . Blok mempunyai panjang sisi 5 cm dan panjang 2 m. Bagian luar blok terpapar ke udara ruangan yang mempunyai temperatur  $27^{\circ}\text{C}$  dan koefisien konveksinya adalah  $h = 5,1 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ . Hitunglah kerugian kalor oleh pipa.

## BAB IV

### KONVEKSI

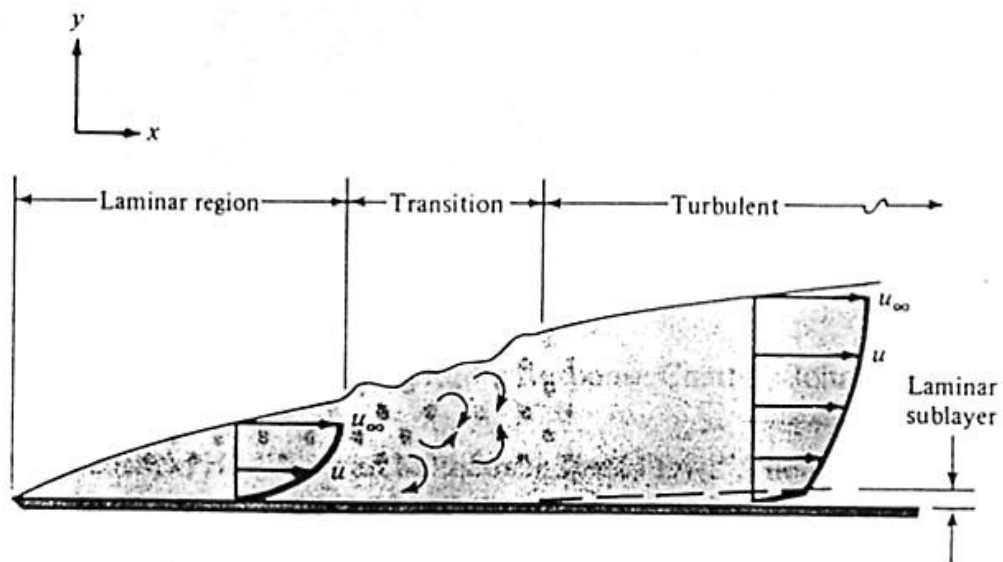
#### Aliran Viscous

Berdasarkan gambar 1 dan 2, yaitu aliran fluida pada pelat rata, gaya viscous dijelaskan dengan tegangan geser  $\tau$  diantara lapisan fluida dengan rumus:

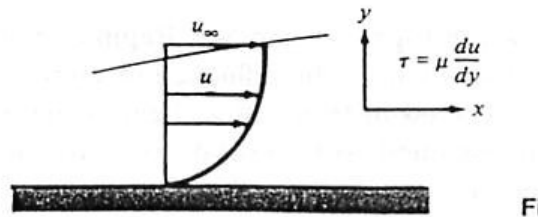
$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (4-1)$$

dimana:  $\mu$  = viskositas dinamik

$u$  = kecepatan



Gambar 1. Sketsa yang menunjukkan daerah aliran lapisan batas yang berbeda pada pelat rata.



Gambar 2. Profil kecepatan laminar pada pelat rata.

Daerah aliran yang bergerak dari sisi pelat di tempat observasi viskositas disebut *lapisan batas* (boundary layer). Pertama-tama perkembangan lapisan batas adalah *laminar* namun pada suatu jarak kritis dari sisi awal pelat, bergantung pada medan aliran dan sifat fluida, terjadi gangguan dan gangguan ini akan diperkuat, dan proses transisi terjadi hingga aliran menjadi *turbulen*. Daerah turbulen ini bisa digambarkan sebagai sebuah gaya kocok yang bekerja sehingga bagian fluida akan bergerak bolak balik. Transisi dari aliran laminar ke aliran turbulen terjadi ketika:

$$\frac{u_{\infty} x}{\nu} = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu} > 5 \times 10^5$$

dimana :  $u_{\infty}$  = kecepatan aliran bebas

$x$  = jarak dari sisi awal

$\nu = \mu/\rho$  = viskositas kinematik

Kelompok persamaan diatas disebut bilangan Reynold dan tidak berdimensi.

$$Re_x = \frac{u_{\infty} x}{\nu} \quad (4-2)$$

Angka Reynold kritis untuk transisi aliran dari laminar ke turbulen secara teoritis diambil  $5 \times 10^5$ , dalam prakteknya harga ini bergantung pada kondisi kekasaran permukaan dan tingkat turbulensi aliran bebas. Kisaran normal untuk mulainya daerah transisi antara  $5 \times 10^5$  sampai dengan  $10^6$ .

Dengan adanya disturbansi yang sangat besar di dalam aliran, transisi bisa mulai terjadi pada bilangan Reynold serendah  $10^5$ , dan untuk aliran yang bebas dari adanya fluktuasi, daerah transisi bisa terjadi pada bilangan Reynold  $2 \times 10^6$  atau lebih.

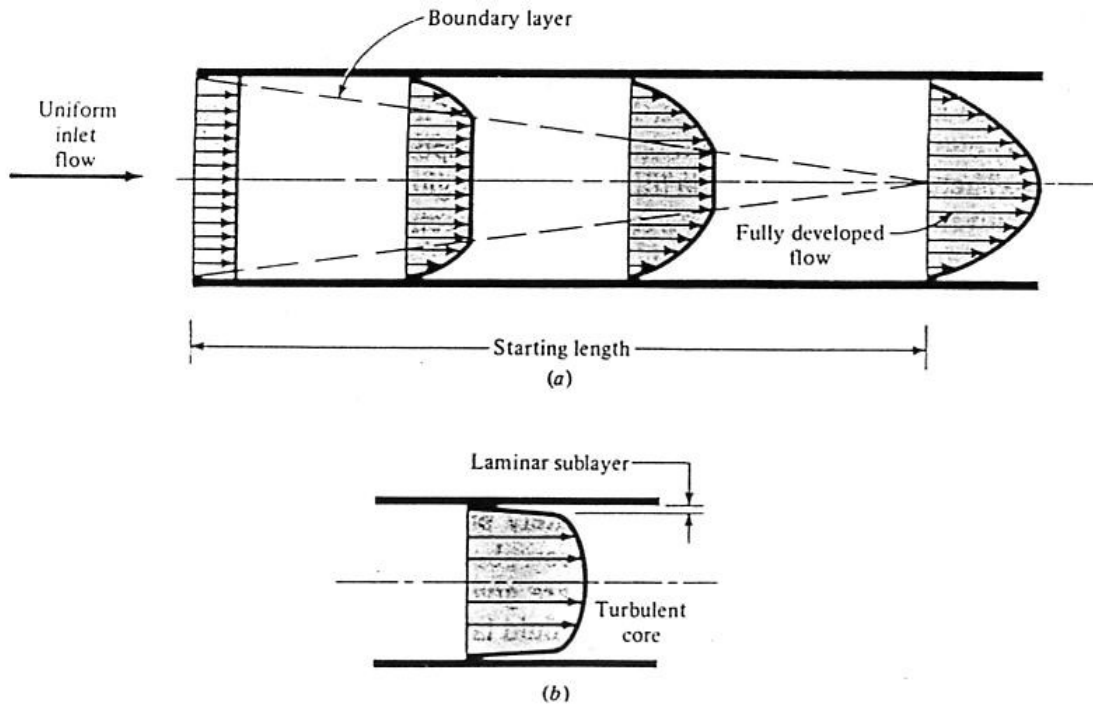
Bentuk relatif profil kecepatan pada aliran laminar dan turbulen ditunjukkan oleh gambar 1. Profil laminar berbentuk parabola, sedangkan profil turbulen berbentuk linier di dekat dinding. Bentuk linier ini karena adanya sublapisan laminar pada dinding. Diluar sublapisan ini, profil kecepatan lebih rata jika dibandingkan dengan profil laminar.

Mekanisme fisik dari viskositas adalah sebuah pertukaran momentum. Misalkan aliran adalah laminar, molekul bisa berpindah dari satu lamina ke lamina lainnya, membawa momentum sesuai dengan kecepatan aliran. Terdapat momentum netto yang bergerak dari daerah dengan kecepatan tinggi ke daerah kecepatan rendah, sehingga menimbulkan sebuah gaya dalam arah aliran fluida. Gaya ini adalah *tegangan geser viskos* yang bisa dihitung dengan persamaan 4.1.

Pada daerah aliran turbulen, lapisan fluida yang jelas tidak lagi terlihat dan kita harus membuat konsep yang sedikit berbeda untuk aksi viskos. Gambaran kualitatif dari proses aliran turbulen bisa didapatkan dengan membayangkan bongkahan makroskopik fluida yang akan memindahkan energi dan momentum daripada pemindahan mikroskopik yang dilakukan oleh molekul tunggal.

Misalkan terdapat aliran di dalam tabung seperti yang ditunjukkan gambar 3. Lapisan batas berkembang pada sisi masuk. Lapisan batas mengisi keseluruhan pipa, dan aliran disebut berkembang penuh. Jika aliran laminar, pprofil kecepatan berbentuk parabola akan didapatkan (Gambar 3a). Jika aliran adalah turbulen, akan didapatkan profile kecepatan yang lebih tumpul seperti yang ditunjukkan gambar 3b. Untuk menentukan aliran maka tetap digunakan bilangan Reynold, dimana untuk aliran turbulen adalah:

$$Re_d = \frac{u_m d}{\nu} > 2300 \quad (4-3)$$



Gambar 3. Profil kecepatan untuk (a) aliran laminar di dalam pipa dan (b) aliran turbulen di dalam pipa.

Angka Reynold untuk daerah transisi bergantung pada kekasaran pipa dan kehalusan aliran. Umumnya kisaran untuk daerah transisi adalah:

$$2000 < Re_d < 4000$$

Persamaan kontinuitas untuk aliran satu dimensi di dalam pipa adalah:

$$\dot{m} = \rho u_m A \quad (4-4)$$

dimana:  $m$  = laju massa aliran

$u_m$  = kecepatan rata-rata

$A$  = luas penampang

Kecepatan massa didefinisikan sebagai:

$$\text{Kecepatan massa} = G = m/A = \rho u_m \quad (4-5)$$

Sehingga bilangan Reynold bisa ditulis :

$$Re_d = \frac{Gd}{\mu} \quad (4-6)$$

### Contoh Soal 1

Air pada suhu 20°C mengalir dengan massa 8 kg/s melewati difuser seperti ditunjukkan gambar berikut ini. Diameter pada penampang 1 adalah 3,0 cm, dan diameter pada penampang 2 adalah 7,0 cm. Carilah kenaikan tekanan statik antara penampang 1 dan penampang 2. Anggaplah aliran tanpa gesekan.

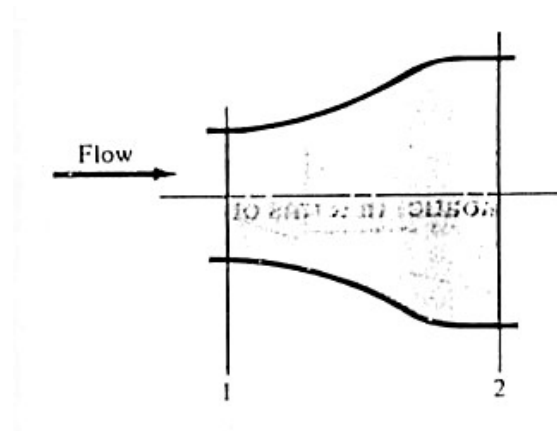


Fig. Ex. 5-1

Jawab:

Luas penampang aliran adalah:

$$A_1 = \pi d_1^2/4 = \pi(0,03)^2/4 = 7,069 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_2 = \pi d_2^2/4 = \pi(0,07)^2/4 = 3,848 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Kerapatan air pada 20° C adalah 1000 kg/m<sup>3</sup>, sehingga:

$$u = \frac{\dot{m}}{\rho A}$$

$$u_1 = \frac{8,0}{(1000)(7,069 \times 10^{-4})} = 11,32 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \frac{8,0}{(1000)(3,848 \times 10^{-4})} = 2,079 \text{ m/s}$$

Perbedaan tekanan diperoleh dengan persamaan Bernouli :

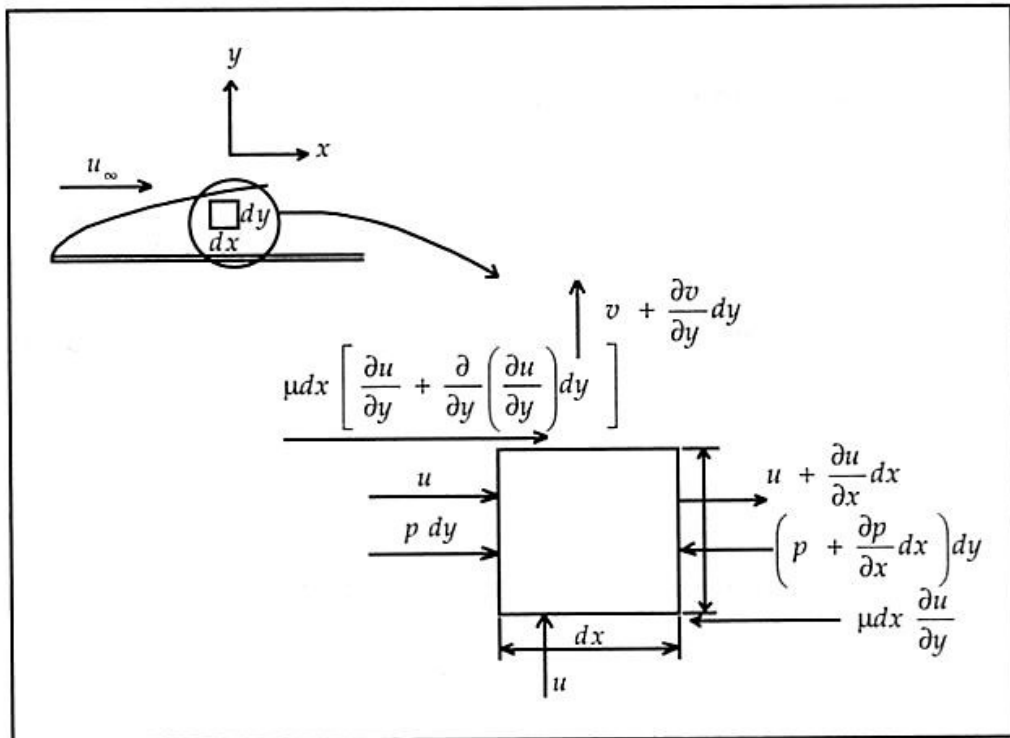
$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{1}{2g_c} (u_1^2 - u_2^2)$$

$$p_2 - p_1 = \frac{1000}{2} [(11,32)^2 - (2,079)^2]$$

$$= 61,91 \text{ kPa}$$

### Lapisan Batas Laminar Pada Pelat Rata

Perhatikan unsur volume atur/kendali seperti gambar 4. Persamaan gerakan untuk lapisan batas dapat diturunkan dengan membuat neraca gaya dan momentum pada unsur volume tersebut.



Gambar 4. Unsur volume atur untuk neraca gaya pada lapisan batas laminar.

Untuk menyederhanakan analisis diandaikan:

1. Fluida tak mampu mampat dan aliran stedi/tunak.
2. Tidak terdapat perubahan tekanan diarah tegak lurus pelat.
3. Viskositas tetap.
4. Gaya geser viskos di arah y dapat diabaikan.

Kita terapkan hukum kedua Newton tentang gerak.

$$\sum F_x = \frac{d(mV)_x}{d\tau}$$

Persamaan diatas berlaku untuk massa tetap. Untuk memudahkan analisis, digunakan unsur volume atur/kendali seperti yang ditunjukkan gambar 4, dimana massa mengalir ke dalam dari satu sisi dan keluar dari sisi yang lain. Untuk sistem ini, neraca gaya dapat dituliskan sebagai:

$$\Sigma F_x = \text{tambahan fluks momentum pada arah } x$$

Fluks momentum pada arah  $x$  adalah hasil perkalian massa melalui satu sisi tertentu dari volume kendali dan komponen  $x$  kecepatan pada titik itu.

Massa yang masuk dari muka kiri unsur itu persatuan waktu adalah:

$$\rho u \, dy$$

Jika kita andaikan satu satuan kedalaman pada arah  $z$ , jadi momentum masuk pada muka kiri persatuan waktu adalah:

$$\rho u \, dy \, u = \rho u^2 \, dy$$

Massa yang keluar dari muka kanan:

$$\rho \left[ u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right] dy$$

dan momentum yang keluar dari muka kanan adalah:

$$\rho \left[ u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right]^2 dy$$

Aliran yang masuk dari muka bawah:

$$\rho v \, dx$$

Aliran massa keluar dari muka atas adalah:



$$\rho \left[ v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right] dx$$

Neraca massa pada unsur itu memberikan:

$$\rho u dy + \rho v dx = \rho \left[ u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right] dy + \rho \left[ v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right] dx$$

atau:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4-7)$$

Persamaan ini adalah persamaan kontinuitas untuk lapisan batas.

Kembali kepada analisis momentum dan gaya, momentum pada arah x yang masuk melalui muka bawah adalah :

$$\rho v u dx$$

dan momentum pada arah x yang keluar dari muka atas adalah:

$$\rho \left[ v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right] \left[ u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right] dx$$

Bagi kita hanya momentum arah x yang penting, karena gaya yang menjadi perhatian kita adalah gaya pada arah x. Gaya-gaya ini adalah gaya-gaya yang disebabkan oleh geser viskos dan gaya tekanan pada unsur.

Gaya tekanan pada muka kiri  $\rho dy$ , dan pada muka kanan

$$- \left[ p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right] dy$$

Sehingga gaya tekanan netto pada arah gerakan adalah:

$$- \frac{\partial p}{\partial x} dx dy$$

Gaya geser viskos pada muka bawah:

$$- \mu \frac{\partial u}{\partial y} dx$$

Dan gaya geser pada muka atas:

$$\mu dx \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy \right]$$

Gaya geser viskos netto pada arah gerakan adalah jumlah kedua gaya diatas.

$$\text{Gaya geser viskos netto} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dx dy$$

Dengan menyamakan jumlah gaya geser viskos dan gaya tekanan dengan perpindahan momentum pada arah x, diperoleh:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dx dy - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy &= \rho \left[ u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right]^2 dy - \rho u^2 dy \\ &+ \rho \left[ v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right] \left[ u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right] dx - \rho v u dx \end{aligned}$$

Disederhanakan dengan persamaan kontinuitas (4-7) dan mengabaikan diferensial orde kedua, diperoleh:

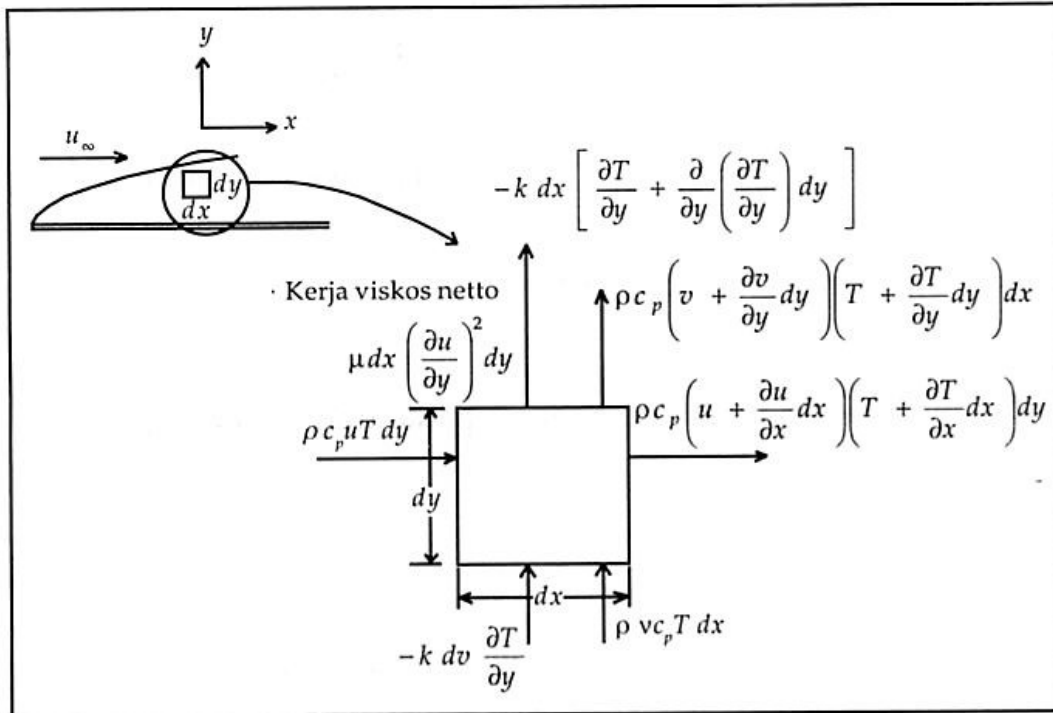
$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-8)$$

Persamaan ini adalah persamaan momentum untuk lapisan batas laminar dengan sifat-sifat tetap.

### Persamaan Energi Lapisan Batas

Perhatikan unsur volume atur seperti tampak pada gambar dibawah ini. Untuk menyederhanakan analisis, diasumsikan:

1. Aliran stedi tak mampu-mampat (incompressible).
2. Viskositas, konduktivitas kalor, dan kalor spesifik tetap.
3. Konduksi kalor pada arah aliran (arah x) dapat diabaikan.



Gambar 5. Unsur volume atur untuk analisis energi lapisan batas laminar.

Lalu untuk unsur tersebut dapat kita buat neraca energi:

Energi dikonveksikan pada muka kiri + energi dikonveksikan pada muka bawah + kalor dikonduksikan pada muka bawah + kerja viskos netto pada unsur = Energi dikonveksikan pada muka kanan + energi dikonveksikan pada muka atas + kalor dikonduksikan dari muka atas.

Besaran energi konduksi dan konveksi ditunjukkan oleh Gambar 5 di atas, dan suku energi untuk kerja viskos dapat diturunkan sebagai berikut, kerja viskos dapat dihitung sebagai hasil perkalian antara gaya geser viskos netto dengan jarak perpindahan gaya ini dalam satuan waktu. Gaya geser viskos ialah hasil perkalian gaya geser dengan luas  $dx$ .

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} dx$$

Dan jarak perpindahan per satuan waktu terhadap unsur volume atur  $dx dy$  adalah:

$$\frac{\partial u}{\partial y} dy$$

Sehingga energi viskos netto yang diserahkan pada unsur itu adalah:

$$\mu \left[ \frac{\partial u}{\partial y} \right]^2 dx dy$$

Neraca energi dengan besaran-besaran yang ditunjukkan pada Gambar 5, dan mengandaikan satu satuan tebal pada arah  $z$ , serta mengabaikan diferensial orde kedua, menghasilkan:

$$\rho c_p \left[ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + T \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dx dy + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dx dy$$

Dengan menggunakan persamaan kontinuitas:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4-9)$$

Dan membagi dengan  $\rho c_p$ , kita peroleh:

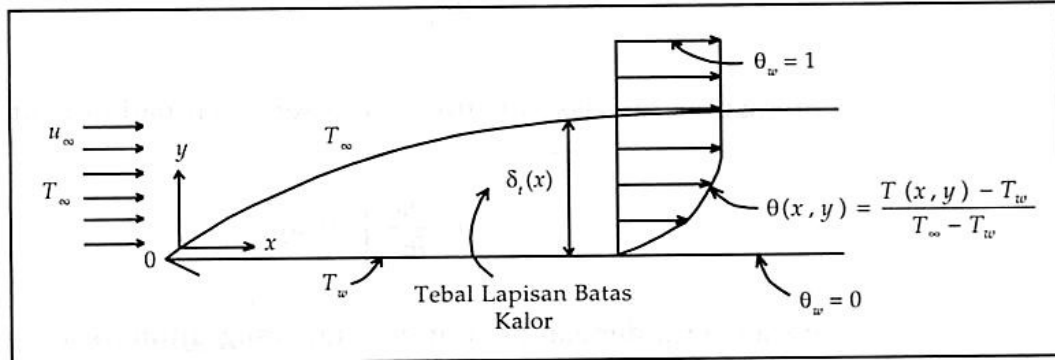
$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_p} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (4-10)$$

Persamaan ini adalah persamaan energi lapisan batas laminar. Bagian kiri menunjukkan energi netto ke dalam volume atur, dan bagian kanan menunjukkan jumlah kalor netto yang dihantarkan ke luar volume atur dan kerja viskos yang dilakukan atas unsur itu. Suku viskos hanya penting pada kecepatan tinggi karena harganya relatif kecil pada kecepatan rendah.

### Lapisan Batas Kalor

Lapisan batas kalor didefinisikan sebagai daerah di mana terdapat gradien suhu dalam aliran. Gradien suhu itu adalah akibat proses pertukaran kalor antara fluida dan dinding.

Perhatikan gambar di bawah ini. Suhu pada dinding adalah  $T_w$ , dan suhu pada fluida di luar lapisan batas kalor adalah  $T_\infty$  sedang tebal lapisan batas kalor adalah  $\delta_t$ .



Gambar 6. Profil suhu pada lapisan batas kalor

Pada dinding kecepatan aliran adalah nol, dan perpindahan kalor ke fluida berlangsung secara konduksi. Jadi fluks kalor setempat persatuan luas  $q''$  adalah:

$$\frac{q}{A} = q'' = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{\text{dinding}} \quad (4-11)$$

Dari hukum pendinginan Newton,

$$q'' = h (T_w - T_\infty) \quad (4-12)$$

dimana  $h$  adalah koefisien perpindahan kalor konveksi. Dengan menggabungkan kedua persamaan tersebut, diperoleh:

$$h = \frac{-k(\partial T / \partial y)_{\text{dinding}}}{T_w - T_\infty}$$

Sehingga kita hanya perlu menemukan gradien suhu pada dinding untuk menilai koefisien perpindahan kalor. Hal ini berarti kita harus mendapatkan suatu persamaan tentang distribusi suhu.

Kondisi yang harus dipenuhi oleh distribusi suhu itu adalah:

$$T = T_w \quad \text{pada } y = 0 \quad (a)$$

$$\partial T / \partial y = 0 \quad \text{pada } y = \delta_t \quad (b)$$

$$T = T_{\infty} \quad \text{pada } y = \delta_t \quad (c)$$

Dan dengan menuliskan persamaan (7-10) pada  $y = 0$  tanpa pemanasan viskos, maka:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \text{pada } y = 0 \quad (d)$$

karena kecepatan harus sama dengan nol pada dinding.

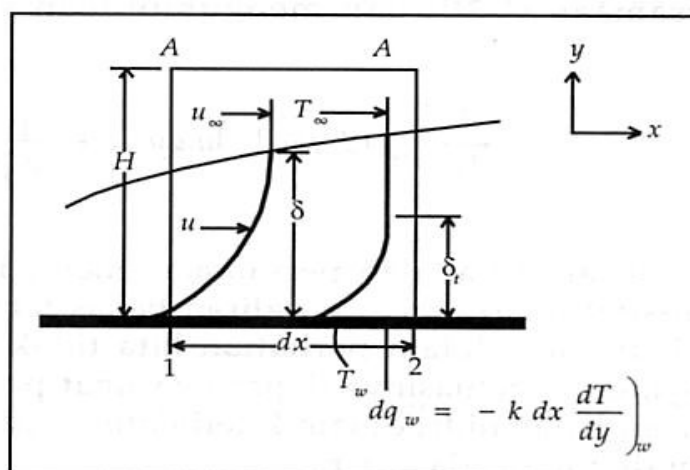
Kondisi (a) sampai (d) dapat dipenuhi oleh polinomial kubus sebagaimana dalam hal profil kecepatan, sehingga

$$\frac{\theta}{\theta_{\infty}} = \frac{T - T_w}{T_{\infty} - T_w} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_t} \right)^3 \quad (4-13)$$

di mana  $\theta = T - T_w$ .

Sekarang kita tinggal menemukan persamaan untuk  $\delta_t$  yaitu tebal lapisan batas kalor.

Perhatikan volume atur yang dibatasi oleh bidang-bidang 1,2,A-A dan dinding seperti gambar 7 dibawah ini. Kita andaikan lapisan kalor lebih tipis dari lapisan batas hidrodinamik, seperti pada gambar. Suhu dinding adalah  $T_w$ , suhu aliran bebas  $T_{\infty}$  dan kalor yang dilepaskan ke fluida pada panjang  $dx$  adalah  $dq_w$ .



Gambar 7. Volume atur untuk analisis energi lapisan batas laminar.

Sekarang kita buat neraca energi:

Energi yang dikonversikan ke dalam + kerja viskos dalam unsur + perpindahan kalor pada dinding = energi yang dikonversikan ke luar.

Energi yang dikonversikan ke dalam melalui bidang 1 adalah:

$$\rho C_p \int_0^H u T dy$$

Dan energi yang dikonversikan ke luar melalui bidang 2:

$$\rho C_p \left[ \int_0^H u T dy \right] + \frac{d}{dx} \left[ \rho C_p \int_0^H U T dy \right] dx$$

Aliran massa melalui bidang A-A adalah:

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_0^H \rho u dy \right] dx$$

Dengan membawa energi sebesar:

$$C_p T_a \frac{d}{dx} \left[ \int_0^H \rho u dy \right] dx$$

Kerja viskos netto yang dilakukan di dalam unsur itu adalah:

$$\mu \left[ \int_0^H \left( \frac{du}{dy} \right)^2 dy \right] dx$$

Dan perpindahan kalor melalui dinding:

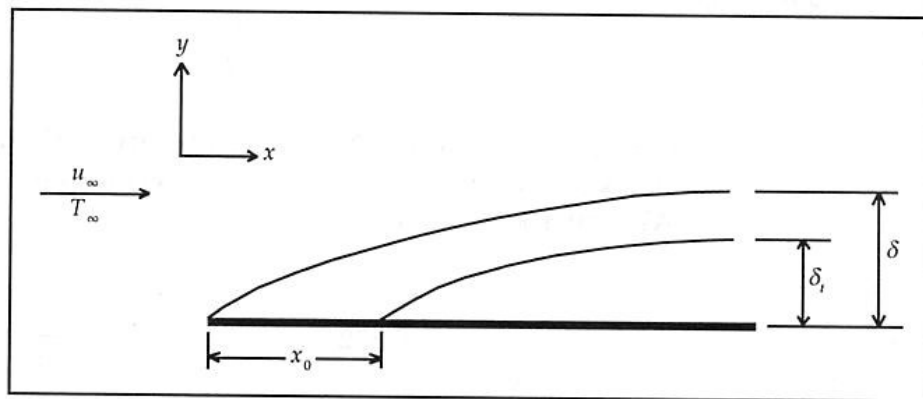
$$dq_w = - k dx \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w$$

Dengan menggabungkan besaran-besaran energi ini sesuai dengan persamaan 4-13 dan mengumpulkan suku-sukunya, kita peroleh:

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_0^H (T_\infty - T) u dy \right] + \frac{\mu}{\rho C_p} \left[ \int_0^H \left( \frac{du}{dy} \right)^2 dy \right] = \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4-14)$$

Persamaan ini adalah persamaan energi integral lapisan batas untuk keadaan sifat-sifat tetap dan suhu aliran bebas tetap  $T_w$ .

Pelat yang dalam perhatian kita tidak perlu dipanaskan pada keseluruhan panjangnya. Situasinya dapat kita lihat pada gambar 8 di bawah ini, dimana lapisan batas hidrodinamika terbentuk pada tepi depan pelat, sedang pemanasan baru dimulai pada  $x = x_0$ .



Gambar 8. Lapisan batas hidrodinamika dan lapisan batas kalor diatas pelat rata.

Penyelesaian akhir dari persamaan untuk tebal lapisan batas kalor adalah sebagai berikut:

$$\zeta = \frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1,026} \text{Pr}^{-1/3} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{1/3} \quad (4-$$

15)

$P_r$  disebut sebagai angka **Prandtl** yaitu parameter yang meghubungkan ketebalan relatif antara lapisan batas hidrodinamika dan lapisan batas kalor.

Angka Prandtl juga merupakan penghubung antara medan kecepatan dan medan suhu.

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu / \rho}{k / \rho C_p} = \frac{C_p \mu}{k} \quad (4-16)$$



dengan:  $C_p$  = kapasitas kalor  
 $\mu$  = viskositas dinamik  
 $k$  = konduktivitas kalor

Kembali kepada analisis kita, kita mempunyai:

$$h = \frac{-k(\partial T / \partial y)_w}{T_w - T_\infty} = \frac{3}{2} \frac{k}{\delta_t} = \frac{3}{2} \frac{k}{\zeta \delta} \quad (4-17)$$

Von Karman memberikan persamaan momentum untuk lapisan batas laminar dengan sifat-sifat tetap dengan :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4,64}{\text{Re}_x^{1/2}} \quad (4-18)$$

Dengan memasukkan tebal lapisan batas hidrodinamik dari persamaan (7-18) dan menggunakan persamaan (7-15), diperoleh:

$$h_x = 0,332 \text{Pr}^{1/3} \left( \frac{u_\infty}{\nu x} \right)^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad (4-19)$$

Persamaan ini dapat dibuat tak berdimensi dengan mengalikan kedua sisi persamaan dengan  $x/k$ , sehingga menghasilkan kelompok tak berdimensi pada bagian kiri,

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} \quad (4-20)$$

yang disebut bilangan **Nusselt**.

Akhirnya kita dapatkan:

$$\text{Nu}_x = 0,332 \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_x^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad (4-21)$$

Untuk pelat yang dipanaskan di keseluruhan panjangnya,  $x_0 = 0$  maka persamaan (7-21) menjadi:

$$\text{Nu}_x = 0,332 \cdot \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_x^{1/2} \quad (4-22)$$

Contoh soal

Untuk sistem aliran pada contoh soal 6.2, diasumsikan pelat dipanaskan di sepanjang pelat hingga temperatur 60° C. Hitunglah kalor yang dipindahkan pada (a) pada jarak 20 cm pelat, dan (b) pada jarak 40 cm pelat.

Jawab:

Diketahui:  $T_w = 60^\circ \text{C}$

➤ Temperatur film:

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2} = \frac{27 + 60}{2} = 43,5^\circ \text{C} = 316,5 \text{ K}$$

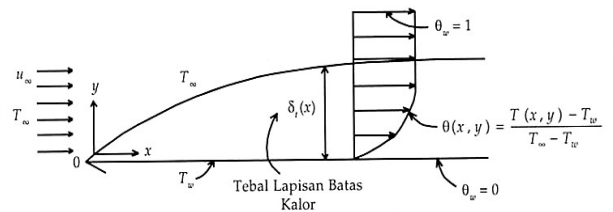
Dari tabel sifat-sifat udara (Tabel A-5) diperoleh:

$$\nu = 17,36 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0,02749 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0,7$$

$$c_p = 1,006 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$$



➤ Pada  $x = 20 \text{ cm}$  (0,2 m):

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{(2)(0,2)}{17,36 \times 10^{-6}} = 23.041$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$= (0,332)(23.041)^{1/2} (0,7)^{1/3} = 44,74$$

$$h_x = Nu_x \left( \frac{k}{x} \right) = \frac{(44,74)(0,02749)}{0,2} = 6,15 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Nilai rata-rata koefisien perpindahan kalor adalah dua kali nilai ini, atau:

$$\bar{h} = 2h_x = (2)(6,15) = 12,3 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Aliran kalor:

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty)$$

Untuk kedalaman satu satuan ke arah z ;

$$q = (12,3)(0,2)(60 - 27) = 81,18 \text{ W}$$

➤ Pada jarak  $x = 40 \text{ cm}$  ( $0,4 \text{ m}$ ):

$$\text{Re}_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{(2)(0,4)}{17,36 \times 10^{-6}} = 46.082$$

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 \text{ Re}_x^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}$$

$$= (0,332)(46.082)^{1/2} (0,7)^{1/3} = 63,28$$

$$h_x = \text{Nu}_x \left( \frac{k}{x} \right) = \frac{(63,28)(0,02749)}{0,4} = 4,349 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\bar{h} = (2)(4,349) = 8,698 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty)$$

$$= (8,698)(0,4)(60 - 27) = 114,8 \text{ W}$$

### Soal-soal

1. Apa yang dimaksud dengan tinggi batas hidrodinamik?
2. Jelaskan apa itu bilangan Reynolds, dan apa gunanya?
3. Bagaimana mencari ketebalan lapisan batas?
4. Sebuah nosel didesain untuk mengekspansikan udara dari kondisi stagnan pada 1,38 Mpa dan 200° C ke 0,138 Mpa. Laju aliran massa didesain sebesar 4,5 kg/s. Anggaplah nosel ini digunakan bersama-sama dengan fasilitas pembuangan terowongan angin sehingga nosel secara tiba-tiba mengeluarkan udara ke tangki evakuasi dengan sempurna. Berapakah temperatur udara di dalam tangki jika tekanan dalam tangki adalah sama dengan 0,138 Mpa? Diasumsikan tangki terisolasi dengan sempurna dan udara merupakan gas ideal. Asumsikan bahwa ekspansi pada nosel adalah isentropik.
5. Oksigen pada tekanan 2 atm dan 27° C berhembus melalui pelat persegi dengan ukuran 50 cm dengan kecepatan 30 m/s. Temperatur pelat dijaga pada 127° C. Hitunglah kehilangan kalor total oleh pelat.

## BAB V

### RADIASI

*Radiasi* adalah proses perpindahan panas melalui gelombang elektromagnet atau paket-paket energi (photon) yang dapat merambat sampai jarak yang sangat jauh tanpa memerlukan interaksi dengan medium.

Perpindahan kalor secara radiasi dirumuskan:

$$q = (T^4 - T_{\infty}^4)$$

Dari persamaan di atas bahwa kalor radiasi harganya sangat dipengaruhi oleh perubahan temperatur.

Radiasi elektromagnet terdiri atas beberapa jenis, diantaranya adalah radiasi termal. Radiasi ini merambat dengan kecepatan cahaya ( $3 \times 10^{10}$  m/s). Secara matematis bisa dihitung dengan:

$$C = \lambda f$$

dimana  $C$  = kecepatan cahaya (m/s)

$\lambda$  = Panjang gelombang ( $\mu\text{m}$ )

$f$  = frekwensi (Hz)

Radiasi termal adalah proses perpindahan panas melalui paket-paket energi yang disebut photon (kuantum), dimana menurut Planck setiap kuantum mengandung energi sebesar:

$$h = 6,625 \times 10^{-34} \text{ J-s}$$

Setiap kuantum adalah suatu partikel yang mempunyai energi, massa dan momentum. Hubungan massa dan energi dari partikel dikaitkan dengan persamaan:

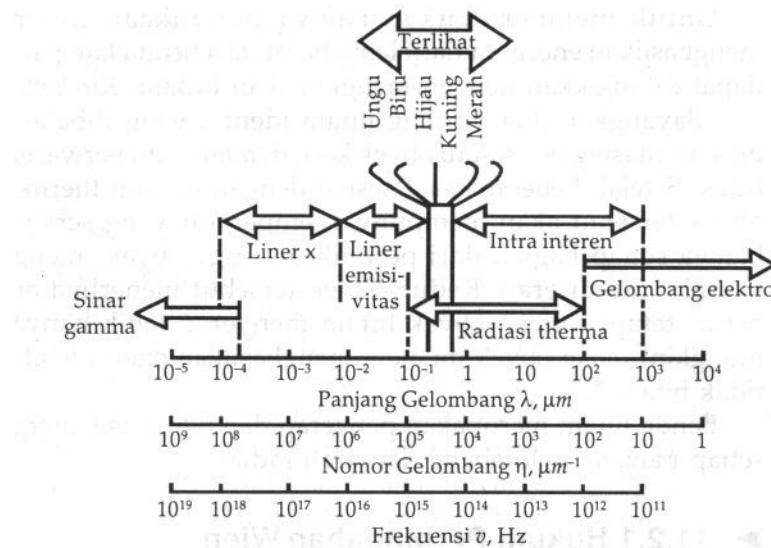
$$E = m.c^2 = h f$$

$$m = h f / c^2$$

$$\text{Momentum} = c (h f / c^2) = h f / c$$

Laju energi yang dipindahkan tergantung kepada beberapa faktor:

1. Temperatur (permukaan yang memancar dan yang menerima radiasi).
2. Emisivitas (permukaan yang teradiasi)
3. Refleksi, absorpsi, dan transmisi.
4. Faktor pandang antara permukaan yang mengemisi dan yang menerima radiasi (sudut pandang antara manusia terhadap sumber radiasi). Gambar 1 menunjukkan pengelompokkan gelombang-gelombang elektromagnet.



**Gambar 1.** Spektrum Gelombang elektromagnet.

### SIFAT SIFAT RADIASI

Apabila suatu gelombang elektromagnetik mengenai suatu permukaan atau medium maka gelombang tersebut bisa dipantulkan atau diteruskan oleh media tersebut. Pada saat melalui medium, gelombang secara berkelanjutan akan mengalami pengurangan. .

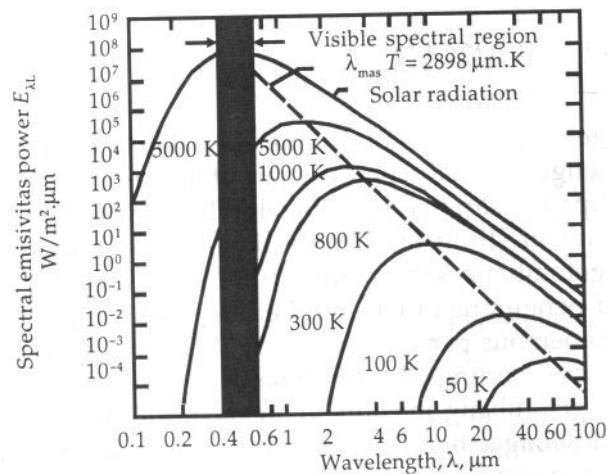
Jika pengurangan tersebut berlangsung sampai tidak ada lagi gelombang yang akan menembus permukaan yang dikenainya maka permukaan ini disebut sebagai benda yang bertingkah laku sebagai benda hitam. Jika gelombang

melalui suatu medium tanpa mengalami pengurangan, hal ini disebut sebagai benda/permukaan transparan. Jika hanya sebagian dari gelombang yang mengalami pengurangan maka medium disebut sebagai permukaan semi transparan.

Permukaan benda hitam tidak akan memantulkan cahaya radiasi yang diterimanya, karenanya benda hitam disebut sebagai benda penyerap paling baik, dan benda tersebut terlihat berwarna hitam.

### Hukum Perpindahan Wien

Dari gambar 2, terlihat bahwa distribusi *spectral* benda hitam, mempunyai panjang gelombang maksimum yang tergantung kepada temperatur.



**Gambar 2.** Hubungan antara panjang gelombang terhadap temperatur.

Daya emisi spectral maksimum terletak pada panjang gelombang yang makin pendek dengan pertambahan temperatur, sesuai persamaan berikut:

$$\lambda_{maks} T = C_3$$

dimana,  $C_3 =$  konstanta radiasi ( $2897,8 \mu m$ )

### DAYA EMISI

Sebelum membahas lebih lanjut mengenai radiasi ini maka perlu dijelaskan bahwa tanda  $\lambda$  menunjukkan perbedaan antara *spectral* dan *total*.

Tanda  $\theta$  atau  $\theta$  menunjukkan antara *directional* dengan *hemispherical*.

Setiap medium secara berkelanjutan akan menghasilkan radiasi elektromagnet secara acak ke seluruh arah. Benda yang mempunyai permukaan kasar akan mempunyai sifat refleksi rendah, serta emisivitas dan absorpsi tinggi. Hal ini berlaku sebaliknya untuk permukaan licin dan dipoles.

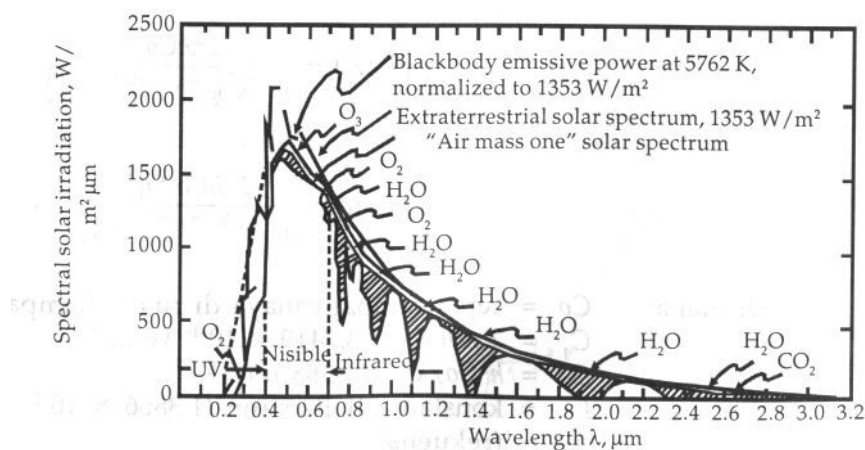
Fluks kalor radiasi yang dihasilkan permukaan sebuah benda disebut sebagai *daya emisi*,  $E$ . Secara lengkap total daya emisi *hemispherical* dapat didefinisikan sebagai berikut:

*Laju di mana radiasi yang dihasilkan per satuan luas pada semua panjang gelombang yang mungkin dan pada semua arah yang mungkin.*

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) d\lambda$$

### Spektrum Daya Emisi Benda Hitam

Matahari dapat mencapai sifat benda hitam pada temperatur 5762 K. Spektral fluks matahari yang sampai ke bumi atau *solar irradiation* untuk kondisi ekstraterrestrial dan masa udara satu ditunjukkan oleh gambar 3 berikut. (catatan: radiasi matahari akan mengalami pengurangan pada saat dia memasuki atmosfer).



**Gambar 3.** Irradiasi matahari yang memasuki bumi.



Perbedaan antara total dan spektral daya emisi suatu permukaan adalah:

1. Spektral, daya emisi  $E_\nu$

$$\frac{\text{Energi emisi}}{\text{Waktu} \cdot \text{Permukaan} \cdot \text{Frekuensi}}$$

2. Spektral, daya emisi  $E_\eta$

$$\frac{\text{Energi emisi}}{\text{Waktu} \cdot \text{Permukaan} \cdot \text{No. gelombang}}$$

3. Spektral, daya emisi  $E_\lambda$

$$\frac{\text{Energi emisi}}{\text{Waktu} \cdot \text{Permukaan} \cdot \text{Panjang gelombang}}$$

4. Spektral, daya emisi  $E$

$$\frac{\text{Energi emisi}}{\text{Waktu} \cdot \text{Permukaan}}$$

Daya emisi  $E_\lambda$  digunakan untuk menghitung daya emisi dari suatu permukaan yang bersifat menyerap atau menghasilkan energi radiasi. Daya emisi  $E_\eta$  digunakan untuk menghitung radiasi pada gas. Daya emisi  $E_\nu$  digunakan untuk menghitung energi radiasi dimana tidak terjadi perubahan frekuensi dari sinar radiasi tersebut pada saat melewati suatu permukaan menuju permukaan lainnya. Dari postulat Planck, mengasumsikan bahwa sebuah molekul dapat menghasilkan photon hanya pada tingkat energi tertentu. Planck menemukan bahwa daya emisi suatu permukaan benda hitam yang dikelilingi oleh medium transparan dengan indeks refraktif,  $n$  sebagai:

$$E_{b\nu}(T, \nu) = \frac{2\pi h \nu^3 n^2}{C_0^2 (e^{h\nu/kT} - 1)}$$

$$E_{b\lambda}(T, \lambda) = \frac{2\pi h n^2 C_0^2}{n^2 \lambda^5 (e^{hc_0/n\lambda kT} - 1)} \quad n = \text{konstan}$$

$$E_{b\eta}(T, \eta) = \frac{2\pi h C_0^2 \eta^3}{n^2 (e^{hc_0\eta/nkT} - 1)} \quad n = \text{konstan}$$

dimana,  $C_0$  = cepat rambat cahaya di ruang hampa

$$C_1 = 2\pi h C_0^2 = 3,7419 \times 10^{-16} \text{ W m}^2$$

$$C_2 = h C_0/k = 14,388 \text{ } \mu\text{m.K}$$

$k = \text{konstanta Boltzman} = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

$\nu = \text{frekuensi}$

Hubungan antara  $E_{b\nu}$ ,  $E_{b\lambda}$  dan  $E_{b\eta}$  adalah:

$$E_{b\nu} d\nu = E_{b\lambda} d\lambda = E_{b\eta} d\eta$$

Persamaan ini lebih sering digunakan hanya jika indeks refraktif tidak tergantung kepada frekuensi, panjang gelombang dan nomor gelombang, yaitu pada kondisi di ruang vakum dimana  $n = 1$  atau medium gas dimana  $n \approx 1$ . Persamaan ini juga dapat diterima untuk medium semi transparan dimana nilai  $1,52 < n < 1,68$  diantara panjang gelombang  $0,2 \text{ s/d } 2,4 \text{ } \mu\text{m}$  diasumsikan  $n$  konstan.

### Daya Emisi Total Benda Hitam

Daya emisi total dari benda hitam bisa diperoleh dari persamaan berikut:

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T, \lambda) d\lambda = C_1 n^2 T^4 \int_0^{\infty} \frac{d(n\lambda T)}{(n\lambda T)^5 [e^{\zeta/(n\lambda T)} - 1]}$$

$$E_b(T) = n^2 \tau T^4$$

dimana:  $\tau = \text{konstanta Boltzman}$

$$\tau = \frac{\pi^4 C_1}{15 C_2^4} = 5,670 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Seringkali diperlukan perhitungan untuk memperoleh nilai daya emisi antara dua panjang gelombang, seperti  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  :

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_b \lambda d\lambda = \frac{C_1}{C_2^4} \int_{C_2/n\lambda_2 T}^{C_1/n\lambda_1 T} \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1} n^2 T^4$$

$$f(n\lambda T) = \frac{\int_0^{\lambda} E_b \lambda d\lambda}{\int_0^{\infty} E_b \lambda d\lambda} = \int_0^{n\lambda T} \left( \frac{E_b \lambda}{n^3 \tau T^5} \right) d(n\lambda T) = \frac{15}{\pi^4} \int_{C_2/n\lambda T}^{\infty} \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1}$$

sehingga:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b2} d\lambda = [f(n\lambda_2 T) - f(n\lambda_1 T)] n^2 \tau T^{-4}$$

Persamaan terakhir merupakan fungsi dari variabel tunggal,  $n\lambda T$  yang dapat dilihat nilainya pada tabel di lampiran.

Permukaan benda hitam adalah permukaan ideal yang mempunyai sifat-sifat:

1. Benda hitam menyerap semua radiasi yang disengaja (irradiasi) tanpa melihat panjang gelombang dan arah datangnya sinar.
2. Pada semua temperatur dan panjang gelombang yang diijinkan, tidak ada permukaan yang dapat menghasilkan energi lebih banyak daripada benda hitam.
3. Walaupun emisi radiasi yang dihasilkan benda hitam adalah fungsi dari panjang gelombang dan temperatur, tetapi tidak tergantung kepada arah datangnya sinar.

### **Spektrum Daya Emisi Benda atau Permukaan Tidak Hitam**

Permukaan yang tidak hitam disebut sebagai permukaan aktual yang menghasilkan dan menyerap radiasi lebih sedikit dari permukaan benda hitam. Daya emisi total dari permukaan aktual pada temperatur  $T$  dapat dicari dengan:

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4$$

dimana:  $\varepsilon$  = emissivitas dari permukaan aktual

Daya emisi spektral dari benda tidak hitam dapat dihitung dari persamaan berikut:

$$E_\lambda = \varepsilon_\lambda E_{b\lambda} = \varepsilon_\lambda (C_1 \lambda^{-5} e^{C_2/\lambda T} - 1)$$

dimana:  $\varepsilon_\lambda$  = emisivitas monokromatik

Hubungan antara  $E$  dengan  $E_\lambda$  dapat dilihat dari persamaan berikut:

$$E = \varepsilon \tau T^4 = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda$$

atau

$$\varepsilon = \left(1/\tau T^4\right) \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda$$

Jika  $\varepsilon_{\lambda}$  tidak bergantung  $\lambda$  maka  $\varepsilon = \varepsilon_{\lambda}$  permukaan yang mempunyai kondisi seperti inilah yang kita sebut sebagai permukaan kelabu.

### INTENSITAS RADIASI

Laju dari emisi yang berasal dari  $dA_1$  dan menuju  $dA_n$  disebut sebagai *Intensitas Spektral*  $I_{\lambda}$  dari radiasi emisi. Jadi definisi dari intensitas spektral  $I_{\lambda}$  adalah: laju dimana energi radiasi yang dihasilkan pada panjang gelombang  $\lambda$ , pada arah  $(\theta, \varphi)$  persatuan luas permukaan emisi normal terhadap arah  $(\theta, \varphi)$  persatuan sudut  $d\Omega$  dan persatuan panjang gelombang  $d\lambda$ .

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta d\theta d\Omega d\lambda}$$

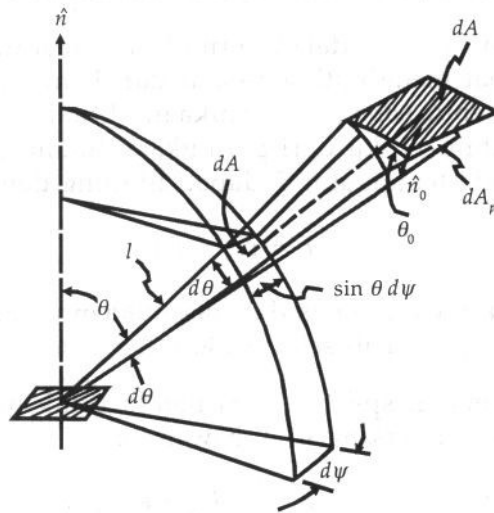
$$d\Omega = \frac{dA_n}{r^2}$$

dimana:

$$dA_n = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \text{ maka}$$

$$d\Omega = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\varphi}{r^2}$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$$



**Gambar 5.** Proyeksi sinar radiasi yang mengenai suatu permukaan seluas  $dA$  pada panjang gelombang  $\lambda$  dan arah  $(\theta, \varphi)$ .

Perbedaan antara intensitas spektral dan total:

1. Intensitas Spektral,  $I_\lambda$  = laju energi radiasi/waktu/luas normal terhadap sinar/sudut solid/panjang gelombang.
2. Intensitas Total,  $I$  = laju energi radiasi/waktu/luas permukaan normal terhadap sinar/sudut solid.

Persamaan yang menghubungkan antara intensitas spektral dengan intensitas total adalah:

$$I(r, \hat{s}) = \int_0^\infty I_\lambda(r, \hat{s}, \lambda) d\lambda$$

dimana:  $r$  = vektor posisi

$\hat{s}$  = satuan vektor arah

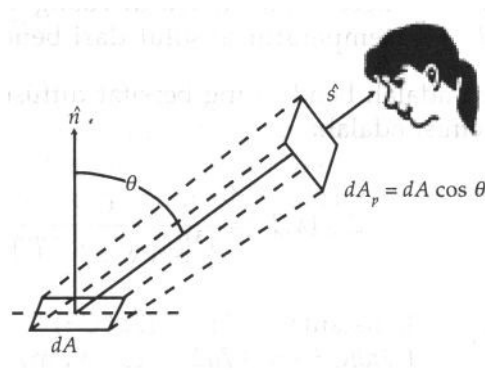
Energi yang dihasilkan dari permukaan seluas  $dA$  pada arah  $\hat{s}$  dan pada sudut solid  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ , maka intensitas dapat didefinisikan sebagai:

$$I(r, \hat{s}) dA_p d\Omega = I(r, \hat{s}) dA \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

dimana:  $dA_p$  = proyeksi luasan  $dA$  arah normal terhadap sinar datang.

Jika persamaan tersebut diintegrasikan pada semua arah yang mungkin maka akan diperoleh total energi yang dihasilkan dari luasan  $dA$ , setelah terlebih dahulu dibagi dengan luasan  $dA$  itu sendiri.

$$E(r) = \int_0^{2\lambda} \int_0^{\pi/2} I(r, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\lambda} I(r, \hat{s}) \hat{n} \hat{s} d\Omega$$



**Gambar 6.** Hubungan antara daya emisi benda hitam dengan intensitas.

Persamaan di atas juga berlaku untuk hubungan antara emisi dan intensitas *spektral* dari suatu permukaan. Hubungan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$E_{b\lambda}(r, \lambda) = \pi I_{b\lambda}(r, \lambda)$$

*Directional, spectral* daya emisi dapat diketahui dengan membandingkan antara *hemisphere, spectral* intensitas (laju energi per satuan sudut solid, per satuan luasan normal terhadap sinar datang) dengan *directional, spectral* fluks yang dihasilkan.

$$E'_{b\lambda}(r, \lambda, \theta, \varphi) dA = I_{b\lambda}(r, \lambda) dA_p$$

atau

$$E'_{b\lambda}(r, \lambda, \theta, \varphi) = I_{b\lambda}(r, \lambda) \cos \theta$$

Persamaan di atas dikenal dengan *hukum Lambert* atau *hukum cosine*.

## DISTRIBUSI PLANCK

$$I_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{2hC_0^2}{\lambda^5 [\exp(hC_0/\lambda kT) - 1]}$$

dimana:  $h$  = konstanta Planck ( $6,6256 \times 10^{-34}$  J.s)

$k$  = konstanta Boltzman ( $1,3805 \times 10^{-16}$  J/K)

$C_0$  = kecepatan cahaya di ruang vakum

$T$  = temperatur absolut dari benda hitam

Benda hitam bersifat *diffuse* (pengemisi hamburan) maka spektral daya emisi adalah:

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]}$$

dimana:  $C_1$  = konstanta radiasi  $I$  ( $2\pi h C_0^2$ )

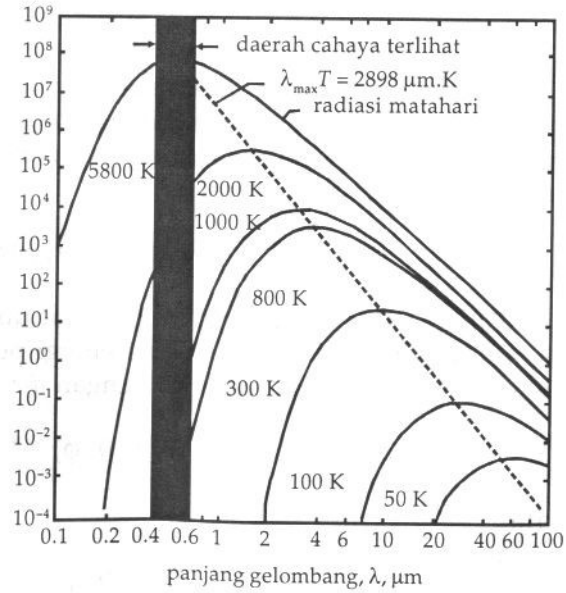
$$(2\pi h C_0^2) = 3,742 \times 10^8 \text{ W}\mu\text{m/m}^2$$

$$C_2 = h C_0/k = 1,439 \times 10^4 \mu\text{m.K}$$

Dari distribusi di atas, distribusi Planck yang ditandai dengan Gambar 7 untuk temperatur tertentu dapat dijelaskan sebagai berikut:

- Emisi radiasi berkelanjutan sesuai dengan panjang gelombang. Meningkatkan sesuai dengan peningkatan suhu.
- Bagian *spektral* di mana terdapat konsentrasi radiasi yang tergantung kepada temperatur, maka persamaan dengan peningkatan radiasi, panjang gelombang akan semakin pendek dan temperatur semakin meningkat.
- Fraksi penting matahari dihasilkan pada saat matahari mencapai kondisi benda hitam, yaitu pada temperatur 5800 K (fraksi ini merupakan fraksi yang dapat dilihat oleh mata manusia). Pada temperatur  $T \leq 800$  K, emisi

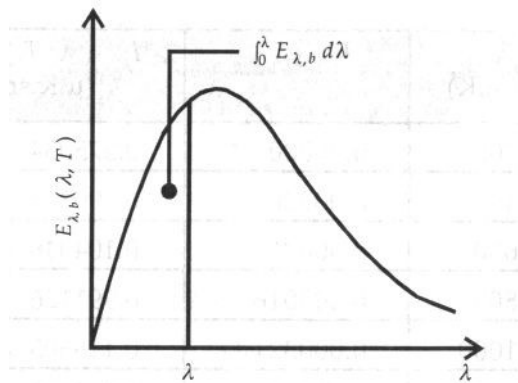
lebih banyak terjadi pada spektrum sinar infra merah dimana bagian ini tidak terlihat oleh mata.



**Gambar 7.** Hubungan antara panjang gelombang terhadap temperatur.

**EMISI BAND**

Fraksi total emisi benda hitam untuk temperatur tertentu digambarkan oleh perbandingan dari bagian yang dihitamkan terhadap luasan total di bawah kurva dari Gambar 8.



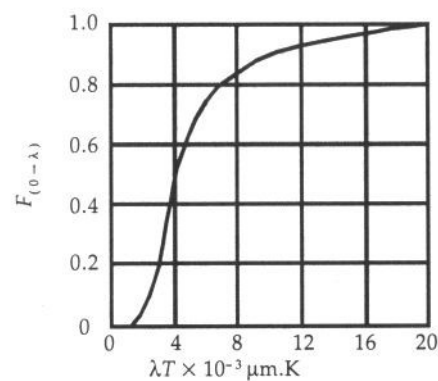
**Gambar 8.** Emisi radiasi dari benda hitam pada panjang gelombang 0 - λ.



$$F_{(0 \rightarrow \lambda)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

$$= \int_0^{\lambda T} \left( \frac{E_{b\lambda}}{\sigma T^5} \right) d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

Nilai  $F_{(0 \rightarrow \lambda)}$  bisa dilihat pada tabel 1, dan gambar 9.



**Gambar 9.** Fraksi dari total emisi benda hitam pada panjang gelombang (0 -  $\lambda$ ) sebagai fungsi  $\lambda T$ .

Hasil yang diperoleh pada tabel 1 dapat dipergunakan untuk mendapatkan fraksi radiasi antara 2 panjang gelombang ( $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$ ).

$$F_{(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

$$= F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)}$$

**Tabel 11-1 Nilai  $F_{(0-\lambda)}$  sebagai fungsi dari  $\lambda T$**

$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{(0-\lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ( $\mu\cdot\text{K}\cdot\text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)$
200	0,00000	$0.375034 \times 10^{-27}$	0,00000
400	0,00000	$0.490335 \times 10^{-13}$	0,00000
600	0,00000	$0.104046 \times 10^{-4}$	0.000014
800	0.000016	$0.991126 \times 10^{-7}$	0.001372
1000	0.000321	$0.118505 \times 10^{-5}$	0.016406
1200	0.002134	$0.523927 \times 10^{-5}$	0.072534
1400	0.007790	$0.134411 \times 10^{-4}$	0.186082
1600	0.019718	0.249130	0.344904
1800	0.039341	0.375568	0.519949
2000	0.066728	0.493432	0.683123
2200	0.100888	$0.589649 \times 10^{-4}$	0.816329
2400	0.140256	0.658866	0.912155
2600	0.183120	0.701292	0.970891
2800	0.227897	0.720239	0.997123

$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{(0-\lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ( $\mu\text{K}\cdot\text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)$
2898	0.250108	$0.722318 \times 10^{-4}$	1.000000
3000	0.273232	$0.720254 \times 10^{-4}$	0.997143
3200	0.318102	0.705974	0.977373
3400	0.361735	0.681544	0.943551
3600	0.403607	0.650396	0.900429
3800	0.443382	0.615225	0.851737
4000	0.480877	0.578064	0.800291
4200	0.516014	$0.540394 \times 10^{-4}$	0.748139
4400	0.548796	0.503235	0.696720
4600	0.579280	0.467343	0.647004
4800	0.607559	0.433109	0.599610
5000	0.633747	0.400813	0.554489
5200	0.658970	$0.370580 \times 10^{-4}$	0.513043
5400	0.680360	0.342445	0.474092
5600	0.701046	0.316376	0.438002
5800	0.720158	0.292301	0.404671
6000	0.737818	0.270121	0.373965
6200	0.754140	$0.249723 \times 10^{-4}$	0.345724
6400	0.769234	0.230985	0.319783
6600	0.783199	0.213786	0.295973
6800	0.796129	0.198808	0.274128
7000	0.808109	0.183534	0.242090
7200	0.819217	$0.170256 \times 10^{-4}$	0.235708
7400	0.829527	0.158073	0.218842
7600	0.839102	0.146891	0.203360
7800	0.848005	0.136621	0.189143
8000	0.856288	0.127185	0.176079
8500	0.874608	$0.106772 \times 10^{-4}$	0.147819
9000	0.890029	$0.901463 \times 10^{-4}$	0.124801
9500	0.903085	0.765338	0.105956
10000	0.914199	0.653279	0.090442

$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{(0-\lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ( $\mu\text{K}\cdot\text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)$
11000	0.931890	$0.483321 \times 10^{-5}$	0.066913
10500	0.923710	0.560522	0.077600
11000	0.931890	$0.483321 \times 10^{-5}$	0.066913
11500	0.939959	0.418725	0.057970
12000	0.945098	0.364394	0.050448
13000	0.955139	0.279457	0.038689
14000	0.962898	0.217641	0.030131
15000	0.969981	$0.171866 \times 10^{-5}$	0.023794
16000	0.973814	0.137429	0.019026
18000	0.980860	$0.908240 \times 10^{-4}$	0.012574
20000	0.985602	0.623310	0.008629
25000	0.992215	0.276474	0.003828
30000	0.995340	$0.140469 \times 10^{-6}$	0.001945
40000	0.997967	$0.473891 \times 10^{-7}$	0.000656
50000	0.998953	0.201605	0.000279
75000	0.999713	$0.418597 \times 10^{-8}$	0.000058
100000	0.999905	0.135752	0.000019

## IRRADIASI

Laju perpindahan panas radiasi per satuan panjang gelombang yang memasuki suatu luasan  $dA$ , dari arah  $\hat{s}_i$  pada sudut solid  $d\Omega$ :

$$I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i)(\cos \theta_i dA) d\Omega_i$$

dimana pengertian intensitas di atas adalah laju perpindahan panas per satuan luas permukaan normal terhadap sinar datang dan per satuan sudut solid.

Laju perpindahan panas yang memasuki suatu permukaan jika dibagi dengan satuan luas permukaan  $dA$  dan per satuan sudut solid, ini disebut sebagai *spektral, directional* irradiasi,

$$H_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \approx I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta$$

Irradiasi adalah fluks kalor yang senantiasa menuju ke dalam suatu permukaan. Keseimbangan irradiasi diperoleh pada keadaan di mana:

$$H_{\lambda} = H_{\lambda, \text{refleksi}} + H_{\lambda, \text{absorpsi}} + H_{\lambda, \text{transmisi}}$$

*Spektral, hemispherical* irradiasi adalah fluks kalor radiasi pada sebuah permukaan per satuan panjang gelombang dari semua arah yang mungkin.

$$H_{\lambda}(r, \lambda) = \int_0^{2\lambda} H'_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) d\Omega_i = \int_0^{2\lambda} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i$$

*Total, directional* irradiasi adalah total irradiasi per satuan luas permukaan dan per satuan sudut solid pada seluruh panjang gelombang.

$$H'(r) = \int_0^{\infty} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\lambda$$

*Total, hemispherical* irradiasi adalah total irradiasi per satuan luas permukaan pada semua arah dan pada semua panjang gelombang pada spektrum yang ada:

$$H(r) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda$$

## **KARAKTERISTIK RADIASI DARI PERMUKAAN YANG BERLAKU SEPERTI BENDA HITAM**

### **Emisi Permukaan**

Sifat dari permukaan radiasi (emisivitas) didefinisikan sebagai perbandingan radiasi yang dihasilkan oleh permukaan radiasi terhadap radiasi yang dihasilkan oleh permukaan benda hitam pada temperatur yang sama. Nilai emisivitas

bervariasi dari 0 sampai 1, dimana benda hitam mempunyai nilai emisivitas 1.

*Directional emisivitas spektral*  $\epsilon'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)$  dari permukaan pada temperatur  $T$  didefinisikan sebagai:

*Perbandingan intensitas dari radiasi yang dihasilkan pada panjang gelombang  $\lambda$  dan arah  $(\theta, \varphi)$  terhadap intensitas radiasi yang dihasilkan oleh benda hitam pada  $T$  dan  $\lambda$  yang sama.*

$$\epsilon'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T) = \frac{I_{e,\lambda}(\lambda, \theta, \varphi, T)}{I_{b,\lambda}(\lambda, T)}$$

*Directional emisivitas total*  $\epsilon'$  dari permukaan pada temperatur  $T$  sebagai:

$$\epsilon'_\lambda(\theta, \varphi, T) = \frac{I_e(\theta, \varphi, T)}{I_b(T)}$$

*Hemispherical emisivitas spektral*  $\epsilon_\lambda$  dari suatu permukaan pada temperatur  $T$  sebagai:

*Perbandingan emisi radiasi yang dihasilkan pada panjang gelombang  $\lambda$  pada semua arah yang mungkin terhadap emisi radiasi yang dihasilkan oleh benda hitam pada  $T$  dan  $\lambda$  yang sama.*

$$\epsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{b,\lambda}(\lambda, T)}$$

Hubungan antara *spektral*, *hemispherical* emisivitas dengan *spektral*, *directional hemispherical* dapat ditunjukkan dengan persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} \epsilon_\lambda(\lambda, T) &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\lambda(T, \lambda, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi}{\pi I_{b,\lambda}(T, \lambda)} \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \epsilon_\lambda(T, \lambda, \theta, \varphi) I_{b,\lambda} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi}{\pi I_{b,\lambda}(T, \lambda)} \end{aligned}$$

atau

$$\epsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \epsilon_{\lambda}(T, \lambda, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

*Hemispherical emisivitas total*  $\epsilon_{\lambda}$  dari suatu permukaan pada temperatur  $T$  didefinisikan sebagai:

*Perbandingan emisi radiasi yang dihasilkan dari rata-rata semua panjang gelombang, pada semua arah yang mungkin terhadap emisi radiasi yang dihasilkan oleh benda hitam pada  $T$  yang sama.*

$$\epsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}$$

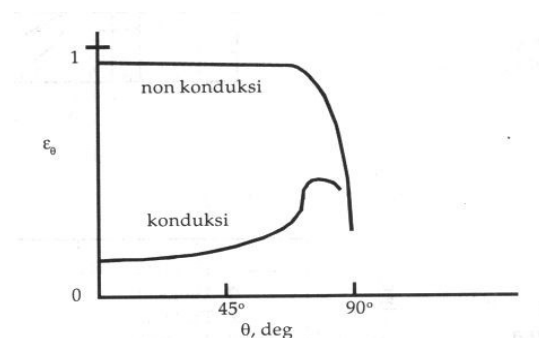
atau

$$\epsilon(T) = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda}(\lambda, T) E_{b,\lambda}(\lambda, T) d\lambda}{E_b(T)}$$

Perhitungan untuk mendapatkan nilai emisivitas suatu permukaan pada berbagai material yang dilapisi dapat dilakukan dengan eksperimen.

*Directional emisivitas* yang bersifat *diffuse* nilainya adalah konstan, tidak tergantung arah. Nilai ini sering digunakan sebagai pendekatan terhadap nilai emisivitas dari berbagai permukaan.

Variasi dari nilai *directional emisivitas*  $\epsilon_{\theta}$  dengan  $\theta$  ditunjukkan oleh Gambar 10, untuk material yang bersifat konduksi dan non konduksi.



**Gambar 10.** Hubungan antara nilai emisivitas spektral benda konduksi atau non-

konduksi terhadap  $\theta$ .

### Absorpsivitas (Penyerapan)

Absorpsivitas adalah proses pada saat permukaan menerima radiasi energi diserap oleh permukaan tersebut. Akibat langsung dari proses penyerapan ini dapat dirasakan dengan terjadinya peningkatan energi dari dalam medium yang terkena proses tersebut.

*Spektral directional absorpsivitas*  $\alpha'_\lambda$  pada permukaan (pada lokasi  $r$ ) didefinisikan sebagai:

$$\alpha'_\lambda(r, \lambda, \hat{S}_i) = \frac{H'_{\lambda ab}}{H'_\lambda}$$

Jika kesetimbangan termodinamika lokal dapat diatasi, *spektral directional absorpsivitas* adalah benar-benar menjadi sifat permukaan yang nilainya sama dengan *spektral directional emisivitas*.

$$\alpha'_\lambda(T, \lambda, \theta, \varphi) = \epsilon'_\lambda(T, \lambda, \theta, \varphi)$$

Spektral hemispherical absorpsivitas pada permukaan (pada lokasi  $r$ ) dirumuskan:

$$\alpha'_\lambda(r, \lambda) = \frac{H'_{\lambda ab}}{H'_\lambda} = \frac{\int \alpha'_\lambda(T, \lambda, \hat{S}_i) I_\lambda(r, \lambda, \hat{S}_i) \cos \theta_i d\Omega_i}{\int_{2\pi} I_\lambda(r, \lambda, \hat{S}_i) \cos \theta_i d\Omega_i}$$

Jika radiasi yang datang bersifat *diffuse* maka diperoleh:

$$\alpha_\lambda(T, \lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \alpha'_\lambda(T, \lambda, \theta_i, \varphi) \cos \theta_i \sin \theta_i d\varphi d\theta_i$$

Dari persamaan-persamaan di atas diperoleh:



$$\alpha_{\lambda}(T, \lambda) = \epsilon_{\lambda}(T, \lambda)$$

Directional absorpsivitas total pada suatu permukaan didefinisikan melalui persamaan:

$$\alpha'(r, \hat{s}_i) = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(T, \lambda, \hat{s}_i) I_{\lambda}(r, \hat{s}_i) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda}(r, \hat{s}_i) d\lambda}$$

Directional absorpsivitas total akan sama nilainya dengan directional emisivitas total jika radiasi yang datang bersifat kelabu dan berada pada temperatur lokal yang sama.

*Hemispherical absorpsivitas total* pada sebuah permukaan dapat didefinisikan dari persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \alpha'(r) &= \frac{H'_{\lambda ab}}{H} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(r, \lambda) H_{\lambda}(r, \lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} H_{\lambda}(r, \lambda) d\lambda} \\ &= \frac{\int_0^{\infty} \int_{2\pi} \alpha_{\lambda}(T, \lambda, \hat{S}_i) I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{S}_i) \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda}{\int_0^{\infty} \int_{2\pi} \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda} \end{aligned}$$

Directional absorpsivitas hemispherical total dan emisivitas akan sama hanya untuk permukaan yang bersifat diffuse, dan kelabu atau irradiansi (insiden radiasi) berasal dari permukaan hitam pada temperatur yang sama.

### Refleksivitas (Pemantulan)

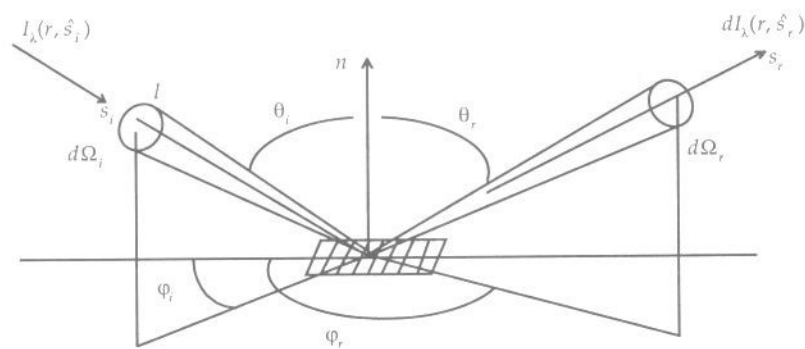
Refleksivitas dari suatu permukaan tergantung kepada dua arah, yaitu arah datang irradiansi  $s^{\wedge}_1$  dan arah dari energi yang dipantulkan  $\xi_r$  sehingga kita mengenal sifat *bidirectional*.

Fluks kalor per satuan panjang gelombang yang memasuki suatu luasan permukaan  $dA$  dari arah  $\hat{s}_i$  dan sudut solid  $d\Omega_i$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$H'_\lambda d\Omega_i = I_\lambda(r, \lambda, s_i) \cos \theta_i d\Omega_i$$

Dari persamaan di atas, sejumlah fraksi  $\alpha'_\lambda$  akan diserap oleh permukaan dan akan ada yang dipantulkan pada semua arah yang mungkin. Fraksi yang dipantulkan kita beri tanda sebagai  $\rho''_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_i, \hat{s}_r) d\Omega_i$ , sehingga jumlah energi yang dipantulkan pada arah  $d\Omega_i$  sebagai:

$$dI_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_r) d\Omega_r = (H'_\lambda d\Omega_i) \rho''_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_i, \hat{s}_r) d\Omega_i$$



**Gambar 13.** Fungsi pemantulan bidirectional.

Spectral bidirectional refleksi  $\rho''_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_i, \hat{s}_r)$  dapat didefinisikan dari persamaan berikut:

$$\rho''_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_r) = \frac{dI_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_i, \hat{s}_r)}{I_\lambda(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i}$$

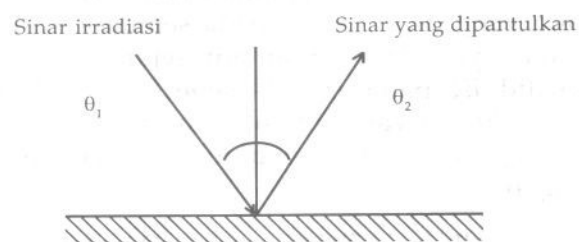
Pemantulan dibagi dua yaitu pemantulan *specular* dan pemantulan *diffuse*. Pemantulan *diffuse* jika arah dari irradiasi tidak diperdulikan, intensitas radiasi yang dipantulkan tidak tergantung dari sudut pantul (radiasi dipantulkan dengan intensitas sama ke segala arah). Sedangkan pemantulan *specular* yaitu jika arah

dari sudut irradiasi sama dengan arah sudut pantul.

Permukaan halus akan bersifat *specular* daripada permukaan kasar, sedangkan permukaan kasar akan lebih bersifat *diffuse* daripada permukaan halus.



**Gambar 14.** Refleksi diffuse.



**Gambar 15.** Refleksi Specular.

*Bidirectional reflektivitas total :*

$$\rho'_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i, \hat{s}_r) = \frac{\int_0^{\infty} \rho'_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i, \hat{s}_r) I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) d\lambda}$$

*Directional hemispherical reflektivitas total:*

$$\hat{\rho}'_{\lambda}(r, \hat{s}_i) = \frac{\int_0^{\infty} \hat{\rho}'_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) d\lambda}$$

*Hemispherical – directional reflektivitas total:*

$$\rho^{\Delta'}(r, \hat{s}_r) = \frac{\int_0^{\infty} \rho^{\Delta'}_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_r) \int_{2\pi} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda}{\int_0^{\infty} \int_{2\pi} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda}$$

*Hemisphere reflektivitas total:*

$$\rho(r, \hat{s}_r) = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(r, \lambda) \int_{2\pi} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda}{\int_0^{\infty} \int_{2\pi} I_{\lambda}(r, \lambda, \hat{s}_i) \cos \theta_i d\Omega_i d\lambda}$$

### **Transmisivitas**

Transmisivitas adalah fraksi dari jumlah energi radiasi yang ditransmisikan per jumlah total energi radiasi yang diterima suatu permukaan.

Transmisivitas selain merupakan fungsi temperatur dan panjang gelombang juga bergantung pada arah datang dan perginya sinar irradiasi.

*Hemispherical transmisivitas spektral* dapat didefinisikan melalui persamaan:

$$\tau_{\lambda} = \frac{H_{\lambda, tr}(\lambda)}{H_{\lambda}(\lambda)}$$

*Hemispherical transmisivitas total :*

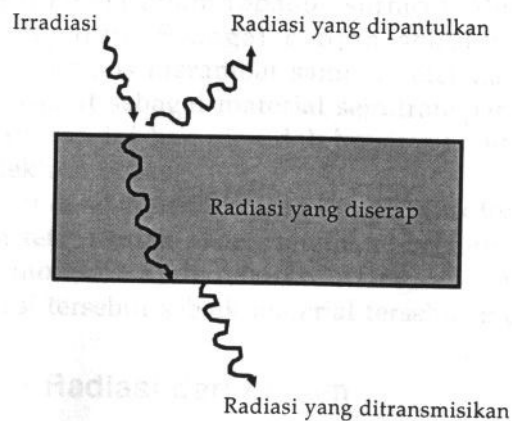
$$\tau = \frac{H_{tr}}{H}$$

Hubungan antara *Hemispherical transmisivitas total* dengan *Hemispherical transmisivitas spektral*:

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} H_{\lambda, tr}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} H_r(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda} H_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} H_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

Jika suatu permukaan yang mendapatkan sinar irradiasi, dan selama permukaan tersebut dapat menyerap, memantulkan dan mentransmisikan sinar yang datang, maka jumlah dari fraksi ketiga sifat tersebut harus sama dengan satu.

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$



**Gambar 16.** Proses penyerapan, pemantulan dan transmisi oleh sebuah permukaan.

*Contoh soal*

Sebuah kaca lembaran berukuran 30 cm persegi digunakan untuk melihat radiasi dari sebuah tanur. Transmisivitas kaca adalah 0,5 untuk panjang gelombang 0,2 – 3,5  $\mu\text{m}$ . Emisivitas diasumsikan 0,3 untuk panjang gelombang sampai dengan 3,5  $\mu\text{m}$  dan 0,9 di atasnya. Transmisivitas kaca adalah nol di luar panjang gelombang 0,2 – 3,5  $\mu\text{m}$ . Dengan mengasumsikan tanur sebagai benda hitam dengan temperatur 2000<sup>0</sup> C, hitunglah energi yang diserap dan yang di transmisikan/diteruskan oleh gelas.

Jawab:

Diketahui:  $T = 2000^0 \text{ C} = 2273 \text{ K}$ ;  $\lambda_1 = 0,2 \mu\text{m}$ ;  $\lambda_2 = 3,5 \mu\text{m}$ ;  $A = 30^2 \text{ cm}^2 = 0,09 \text{ m}^2$ ;  $\tau = 0,5$ ;  $\epsilon_\lambda = 0,3$  ( $0 < \lambda < 3,5 \mu\text{m}$ );  $\epsilon_\lambda = 0,9$  ( $3,5 \mu\text{m} < \lambda < \infty$ );

$$\lambda_1.T = (0,2)(2273) = 454,6 \mu\text{m.K}$$

$$\lambda_2.T = (3,5)(2273) = 7955,5 \mu\text{m.K}$$

Dari tabel:

$$\frac{E_{b(0-\lambda_1)}}{\sigma T^4} = 0 \quad \frac{E_{b(0-\lambda_2)}}{\sigma T^4} = 0,85443$$

$$\sigma T^4 = (5,669 \times 10^{-8})(2273)^4 = 1513,3 \text{ kW/m}^2$$

➤ Radiasi datang total pada  $0,2 \mu\text{m} < \lambda < 3,5 \mu\text{m}$ :

Radiasi datang:

$$E_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = \sigma T^4 \left[ \frac{E_{b(0-\lambda_2)}}{\sigma T^4} - \frac{E_{b(0-\lambda_1)}}{\sigma T^4} \right]$$

Radiasi datang total:

$$\begin{aligned} E_{b(\lambda_1-\lambda_2)} &= \sigma T^4 \left[ \frac{E_{b(0-\lambda_2)}}{\sigma T^4} - \frac{E_{b(0-\lambda_1)}}{\sigma T^4} \right] \times A \\ &= (1513,3 \times 10^3)(0,85443 - 0)(0,09) = 116.370,8 \text{ W} \\ &= 116,37 \text{ kW} \end{aligned}$$

➤ Radiasi datang total pada  $3,5 \mu\text{m} < \lambda < \infty$ :

$$E_{b(\infty-\lambda_2)} = \sigma T^4 \left[ \frac{E_{b(0-\infty)}}{\sigma T^4} - \frac{E_{b(0-\lambda_2)}}{\sigma T^4} \right] \times A$$

$$= (1513,3 \times 10^3)(1 - 0,85443)(0,09) = 19.826,2 \text{ W}$$

$$= 19,83 \text{ kW}$$

➤ Radiasi yang ditransmisikan pada  $0,2 \mu\text{m} < \lambda < 3,5 \mu\text{m}$

$$E = \tau \times \text{radiasi total} = (0,5)(116,37) = 58,185 \text{ kW}$$

➤ Radiasi yang diserap pada  $0,2 \mu\text{m} < \lambda < 3,5 \mu\text{m}$ :

$$\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda = 0,3$$

$$E_1 = \alpha_\lambda \times \text{radiasi total} = (0,3)(116,37) = 34,91 \text{ kW}$$

Radiasi yang diserap pada  $3,5 \mu\text{m} < \lambda < \infty$ :

$$\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda = 0,9$$

$$E_2 = \alpha_\lambda \times \text{radiasi total} = (0,9)(19,83)$$

$$= 17,84 \text{ kW}$$

$$\text{Total radiasi yang diserap} = E_1 + E_2 = 34,91 + 17,84 = 52,75 \text{ kW}$$

**Soal-Soal:**

1. Jelaskan definisi dari radiasi.
2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan refleksi, absorpsi dan transmisi.
3. Sebutkan sifat-sifat dari benda hitam.
4. Sebuah kaca lembaran berukuran 25 cm x 30 cm digunakan untuk melihat radiasi dari sebuah tanur. Transmisivitas kaca adalah 0,6 untuk panjang gelombang 0,2 – 3,5  $\mu\text{m}$ . Emisivitas diasumsikan 0,25 untuk panjang gelombang sampai dengan 3,5  $\mu\text{m}$  dan 0,9 di atasnya. Transmisivitas kaca adalah nol di luar panjang gelombang 0,2 – 3,5  $\mu\text{m}$ . Dengan mengasumsikan tanur sebagai benda hitam dengan temperatur 1827<sup>o</sup> C, hitunglah energi yang diserap dan yang di transmisikan/diteruskan oleh gelas.



## DAFTAR PUSTAKA

1. Holman J.P., *Heat Transfer, 10<sup>th</sup> edition*,. McGraw-Hill Companies Inc., 2010.
2. Incropera F.P, Dewitt D.P. *Introduction to Heat Transfer*. John Wiley & Sons, 2002.
3. Koestoer R.A., *Perpindahan Kalor Untuk Mahasiswa Teknik*, Penerbit Salemba Teknik, 2002.
4. Pittd D.R., *Heat Transfer*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hillbook Company, 1983.

## ***LAMPIRAN***

Tabel A.2. Sifat-sifat logam. †

Metal	Properties at 20°C				Thermal conductivity $k$ , W/m · °C										
	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c_p$ kJ/kg · °C	$k$ W/m · °C	$\alpha \times 10^6$ m <sup>2</sup> /s	-100°C -148°F	0°C 32°F	100°C 212°F	200°C 392°F	300°C 572°F	400°C 752°F	600°C 1112°F	800°C 1472°F	1000°C 1832°F	1200°C 2192°F	
Aluminum:															
Pure	2,707	0.896	204	8.418	215	202	206	215	228	249					
Al-Cu (Duralumin), 94-96% Al, 3-5% Cu, trace Mg	2,787	0.883	164	6.676	126	159	182	194							
Al-Si (Silumin, copper-bearing), 86.5% Al, 1% Cu	2,659	0.867	137	5.953	119	137	144	152	161						
Al-Si (Aludril), 78-80% Al, 20-22% Si	2,627	0.854	161	7.172	144	157	168	175	178						
Al-Mg-Si, 97% Al, 1% Mg, 1% Si, 1% Mn	2,707 11,373	0.892 0.130	177 35	7.311 2.343		175 35.1	189 33.4	204 31.5	29.8						
Lead															
Iron:															
Pure	7,897	0.452	73	2.034	87	73	67	62	55	48	40	36	35	36	
Wrought iron, 0.5% C	7,849	0.46	59	1.626		59	57	52	48	45	36	33	33	33	
Steel (C max $\approx$ 1.5%): Carbon steel C $\approx$ 0.5% 1.0% 1.5%	7,833 7,801 7,753	0.465 0.473 0.486	54 43 36	1.474 1.172 0.970		55 43 36	52 43 36	48 42 36	45 40 35	42 36 33	35 33 31	28 28 28	28 28 28	29 29 29	

Tabel A.2. Sifat-sifat logam (lanjutan)

Metal	Properties at 20°C				Thermal conductivity $k$ , W/m · °C									
	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c_p$ kJ/kg · °C	$k$ W/m · °C	$\alpha \times 10^6$ m <sup>2</sup> /s	-100°C -148°F	0°C 32°F	100°C 212°F	200°C 392°F	300°C 572°F	400°C 752°F	600°C 1112°F	800°C 1472°F	1000°C 1832°F	1200°C 2192°F
Nickel steel	7,897	0.452	73	2.026										
Ni ≈ 0%	7,933	0.46	19	0.526										
20%	8,169	0.46	10	0.279										
40%	8,618	0.46	3.5	0.872										
80%	8,137	0.46	10.7	0.286										
Invar 36% Ni	7,897	0.452	73	2.026	87	73	67	62	55	48	40	36	35	36
Chrome steel	7,865	0.46	61	1.665										
Cr = 0%	7,833	0.46	40	1.110										
1%	7,689	0.46	2.2	0.635										
5%														
20%														
Co-Ni (chrome-nickel): 15% Cr, 10% Ni	7,865	0.46	19	0.527										
18% Cr, 8% Ni	7,817	0.46	16.3	0.444										
(V2A)	7,833	0.46	15.1	0.415	16.3	17	17	17	19	19	22	27	31	
20% Cr, 15% Ni	7,865	0.46	12.8	0.361										
25% Cr, 20% Ni														
Tungsten steel	7,897	0.452	73	2.026										
W = 0%	7,913	0.448	66	1.858										
1%	8,073	0.435	54	1.525										
5%	8,314	0.419	48	1.391										
10%														
Copper:	8,954	0.3831	386	11.234	407	386	379	374	369	363	353			
Pure														
Aluminum bronze	8,666	0.410	83	2.330										
95% Cu, 5% Al														

Tabel A.2. Sifat-sifat logam (lanjutan)

Metal	Properties at 20 °C				Thermal conductivity $k$ , W/m · °C									
	$\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	$c_p$ , kJ/kg · °C	$k$ , W/m · °C	$\alpha \times 10^5$ , m <sup>2</sup> /s	-100 °C -148 °F	0 °C 32 °F	100 °C 212 °F	200 °C 392 °F	300 °C 572 °F	400 °C 752 °F	600 °C 1112 °F	800 °C 1472 °F	1000 °C 1832 °F	1200 °C 2192 °F
Bronze 75% Cu, 25% Sn	8,666	0.343	26	0.859										
Red brass 89% Cu, 9% Sn, 6% Zn	8,714	0.385	61	1.804		59	71							
Brass 70% Cu, 30% Zn	8,522	0.385	111	3.412	88		128	144	147					
German silver 62% Cu, 15% Ni, 22% Zn	8,618	0.394	24.9	0.733	19.2		31	40	45	48				
Constantan 60% Cu, 40% Ni	8,922	0.410	22.7	0.612	21		22.2	26						
Magnesium: Pure	1,746	1.013	171	9.708	178	171	168	163	157					
Mg-Al (electro- lytic) 6-8% Al, 1-2% Zn	1,810	1.00	66	3.605		52	62	74	83					
Molybdenum	10,220	0.251	123	4.790	138	125	118	114	111	109	106	102	99	92
Nickel: Pure (99.9%) Ni-Cr 90% Ni, 10% Cr	8,906	0.4459	90	2.266	104	93	83	73	64	59				
80% Ni, 20% Cr	8,666	0.444	17	0.444		17.1	18.9	20.9	22.8	24.6				
Silver: Purest	8,314	0.444	12.6	0.343		12.3	13.8	15.6	17.1	18.0	22.5			
Pure (99.9%)	10,524	0.2340	419	17.004	419	417	415	412						
Tin, pure	10,525	0.2340	407	16.563	419	410	415	374	362	360				
Tungsten	7,304	0.2265	64	3.884	74	65.9	59	57						
Zinc, pure	19,350	0.1344	163	6.271	166	151	142	133	126	112	76			
	7,144	0.3843	112.2	4.106	114	112	109	106	100	93				

Tabel A-3. Sifat-sifat non-logam.<sup>†</sup>

Substance	Temperature °C	$k$ W/m · °C	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c$ kJ/kg · °C	$\alpha \times 10^7$ m <sup>2</sup> /s
<b>Structural and heat-resistant materials</b>					
Acoustic tile	30	0.06	290	1.3	1.6
Aluminum oxide, sapphire	30	46	3970	0.76	150
Aluminum oxide, polycrystalline	30	36	3970	0.76	120
Asphalt	20–55	0.74–0.76			
Bakelite	30	0.23	1200	1.6	1.2
Brick:					
Building brick, common	20	0.69	1600	0.84	5.2
Face		1.32	2000		
Carborundum brick	600	18.5			
	1400	11.1			
Chrome brick	200	2.32	3000	0.84	9.2
	550	2.47			9.8
	900	1.99			7.9
Diatomaceous earth, molded and fired	200	0.24			
	870	0.31			
Fireclay brick	500	1.04	2000	0.96	5.4
Burnt 2426°F	800	1.07			
	1100	1.09			
Burnt 2642°F	500	1.28	2300	0.96	5.8
	800	1.37			
	1100	1.40			
Missouri	200	1.00	2600	0.96	4.0
	600	1.47			
	1400	1.77			
Magnesite	200	3.81		1.13	
	650	2.77			
	1200	1.90			
Cement, portland		0.29	1500		
Mortar	23	1.16			
Coal,					
anthracite	30	0.26	1300	1.25	1.6
Concrete, cinder	23	0.76			
Stone, 1-2-4 mix	20	1.37	1900–2300	0.88	8.2–6.8
Glass, window	20	0.78 (avg)	2700	0.84	3.4
Corosilicate	30–75	1.09	2200		
Graphite, pyrolytic					
parallel to layers	30	1900	2200	0.71	12,200
perpendicular to layers	30	5.6	2200	0.71	36
Gypsum board	30	0.16			
Lexan	30	0.2	1200	1.3	1.3
Nylon	30	0.16	1100	1.6	0.9
Particle board,					
low density	30	0.079	590	1.3	1.0
high density	30	0.17	1000	1.3	1.3
Phenolic	30	0.03	1400	1.6	0.13
Plaster, gypsum	20	0.48	1440	0.84	4.0
Metal lath	20	0.47			
Wood lath	20	0.28			

Tabel A-3. Sifat-sifat non-logam (lanjutan).<sup>†</sup>

Substance	Temperature °C	$k$ W/m · °C	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c$ kJ/kg · °C	$\alpha \times 10^7$ m <sup>2</sup> /s
<b>Structural and heat-resistant materials</b>					
Plexiglass	30	0.2	1200	1.5	1.1
Polyethylene	30	0.33	960	2.1	1.64
Polypropylene	30	0.16	1150	1.9	0.73
Polystyrene	30	0.14	1000	1.3	1.1
Polyvinylchloride	30	0.09	1700	1.1	0.48
Rubber, hard	30	0.15	1200	2.0	0.62
Silicon carbide	30	490	3150	0.68	2290
Stone:					
Granite		1.73–3.98	2640	0.82	8–18
Limestone	100–300	1.26–1.33	2500	0.90	5.6–5.9
Marble		2.07–2.94	2500–2700	0.80	10–13.6
Sandstone	40	1.83	2160–2300	0.71	11.2–11.9
Structural concrete					
low density	30	0.21	670		
light weight	30	0.65	1570		
medium weight	30	0.75	1840		
normal weight	30	2.32	2260		
Teflon	30	0.35	2200	1.05	1.5
Titanium dioxide	30	8.4	4150	0.7	29
Wood (across the grain):					
Balsa, 8.8 lb/ft <sup>3</sup>	30	0.055	140		
Cypress	30	0.097	460		
Fir	23	0.11	420	2.72	0.96
Maple or oak	30	0.166	540	2.4	1.28
Yellow pine	23	0.147	640	2.8	0.82
White pine	30	0.112	430		
<b>Insulating materials</b>					
Asbestos:					
Loosely packed	–45	0.149			
	0	0.154	470–570	0.816	3.3–4
	100	0.161			
Asbestos-cement boards	20	0.74			
Sheets	51	0.166			
Felt, 40 laminations/in	38	0.057			
	150	0.069			
	260	0.083			
20 laminations/in	38	0.078			
	150	0.095			
	260	0.112			
Corrugated, 4 plies/in	38	0.087			
	93	0.100			
	150	0.119			
Asbestos cement	—	2.08			
Balsam wood, 2.2 lb/ft <sup>3</sup>	32	0.04	35		
Cardboard, corrugated	—	0.064			
Celotex	32	0.048			
Cork, regranulated	32	0.045	45–120	1.88	2–5.3
Ground	32	0.043	150		
Corkboard, 10 lb/ft <sup>3</sup>	30	0.043	160		

Tabel A-3. Sifat-sifat non-logam (lanjutan).<sup>†</sup>

Substance	Temperature °C	$k$ W/m · °C	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c$ kJ/kg · °C	$\alpha \times 10^7$ m <sup>2</sup> /s
<b>Insulating materials</b>					
Diamond, Type IIa, insulator	30	2300	3500	0.509	12,900
Diatomaceous earth (Sil-o-cel)	0	0.061	320		
Felt, hair	30	0.036	130–200		
Wool	30	0.052	330		
Fiber, insulating board	20	0.048	240		
Glass fiber, duct liner	30	0.038	32	0.84	14.1
Glass fiber, loose blown	30	0.043	16	0.84	32
Glass wool, 1.5 lb/ft <sup>3</sup>	23	0.038	24	0.7	22.6
Ice	0	2.22	910	1.93	12.6
Insulex, dry	32	0.064 0.144			
Kapok	30	0.035			
Magnesia, 85%	38	0.067	270		
	93	0.071			
	150	0.074			
	204	0.080			
Paper (avg.)	30	0.12	900	1.2	1.1
Polyisocyanurate sheet	30	0.023			
Polystyrene, extruded	30	0.028			
Polyurethane foam	30	0.017			
Rock wool, 10 lb/ft <sup>3</sup>	32	0.040	160		
Loosely packed	150	0.067	64		
	260	0.087			
Sawdust	23	0.059			
Silica aerogel	32	0.024	140		
Styrofoam	32	0.033			
Urethane, cellular	30	0.025			
Wood shavings	23	0.059			

<sup>†</sup>Adapted to SI units from A. I. Brown and S. M. Marco, *Introduction to Heat Transfer*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1958. Other properties from various sources.



Tabel A-4. Sifat-sifat cairan jenuh.<sup>†</sup>

$T, ^\circ\text{C}$	$\rho$ $\text{kg/m}^3$	$c_p$ $\text{kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$	$\nu, \text{m}^2/\text{s}$	$k$ $\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$	$\alpha, \text{m}^2/\text{s}$	Pr	$\beta, \text{K}^{-1}$	
<b>Ammonia, NH<sub>3</sub></b>								
-50	703.69	4.463	$0.435 \times 10^{-6}$	0.547	$1.742 \times 10^{-7}$	2.60	$2.45 \times 10^{-3}$	
-40	691.68	4.467	0.406	0.547	1.775	2.28		
-30	679.34	4.476	0.387	0.549	1.801	2.15		
-20	666.69	4.509	0.381	0.547	1.819	2.09		
-10	653.55	4.564	0.378	0.543	1.825	2.07		
0	640.10	4.635	0.373	0.540	1.819	2.05		
10	626.16	4.714	0.368	0.531	1.801	2.04		
20	611.75	4.798	0.359	0.521	1.775	2.02		
30	596.37	4.890	0.349	0.507	1.742	2.01		
40	580.99	4.999	0.340	0.493	1.701	2.00		
50	564.33	5.116	0.330	0.476	1.654	1.99		
<b>Carbon dioxide, CO<sub>2</sub></b>								
-50	1,156.34	1.84	$0.119 \times 10^{-6}$	0.0855	$0.4021 \times 10^{-7}$	2.96	$14.00 \times 10^{-3}$	
-40	1,117.77	1.88	0.118	0.1011	0.4810	2.46		
-30	1,076.76	1.97	0.117	0.1116	0.5272	2.22		
-20	1,032.39	2.05	0.115	0.1151	0.5445	2.12		
-10	983.38	2.18	0.113	0.1099	0.5133	2.20		
0	926.99	2.47	0.108	0.1045	0.4578	2.38		
10	860.03	3.14	0.101	0.0971	0.3608	2.80		
20	772.57	5.0	0.091	0.0872	0.2219	4.10		
30	597.81	36.4	0.080	0.0703	0.0279	28.7		
<b>Sulfur dioxide, SO<sub>2</sub></b>								
-50	1,560.84	1.3595	$0.484 \times 10^{-6}$	0.242	$1.141 \times 10^{-7}$	4.24		$1.94 \times 10^{-3}$
-40	1,536.81	1.3607	0.424	0.235	1.130	3.74		
-30	1,520.64	1.3616	0.371	0.230	1.117	3.31		
-20	1,488.60	1.3624	0.324	0.225	1.107	2.93		
-10	1,463.61	1.3628	0.288	0.218	1.097	2.62		
0	1,438.46	1.3636	0.257	0.211	1.081	2.38		
10	1,412.51	1.3645	0.232	0.204	1.066	2.18		
20	1,386.40	1.3653	0.210	0.199	1.050	2.00		
30	1,359.33	1.3662	0.190	0.192	1.035	1.83		
40	1,329.22	1.3674	0.173	0.185	1.019	1.70		
50	1,299.10	1.3683	0.162	0.177	0.999	1.61		
<b>Dichlorodifluoromethane (Freon-12), CCl<sub>2</sub>F<sub>2</sub></b>								
-50	1,546.75	0.8750	$0.310 \times 10^{-6}$	0.067	$0.501 \times 10^{-7}$	6.2	$2.63 \times 10^{-3}$	
-40	1,518.71	0.8847	0.279	0.069	0.514	5.4		
-30	1,489.56	0.8956	0.253	0.069	0.526	4.8		
-20	1,460.57	0.9073	0.235	0.071	0.539	4.4		
-10	1,429.49	0.9203	0.221	0.073	0.550	4.0		
0	1,397.45	0.9345	$0.214 \times 10^{-6}$	0.073	$0.557 \times 10^{-7}$	3.8		
10	1,364.30	0.9496	0.203	0.073	0.560	3.6		
20	1,330.18	0.9659	0.198	0.073	0.560	3.5		
30	1,295.10	0.9835	0.194	0.071	0.560	3.5		
40	1,257.13	1.0019	0.191	0.069	0.555	3.5		
50	1,215.96	1.0216	0.190	0.067	0.545	3.5		

Tabel A-4. Sifat-sifat cairan jenuh (lanjutan).<sup>†</sup>

$T, ^\circ\text{C}$	$\rho$ $\text{kg/m}^3$	$c_p$ $\text{kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$	$\nu, \text{m}^2/\text{s}$	$k$ $\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$	$\alpha, \text{m}^2/\text{s}$	Pr	$\beta, \text{K}^{-1}$
<b>Glycerin, <math>\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_3</math></b>							
0	1,276.03	2.261	0.00831	0.282	$0.983 \times 10^{-7}$	$84.7 \times 10^3$	$0.50 \times 10^{-3}$
10	1,270.11	2.319	0.00300	0.284	0.965	31.0	
20	1,264.02	2.386	0.00118	0.286	0.947	12.5	
30	1,258.09	2.445	0.00050	0.286	0.929	5.38	
40	1,252.01	2.512	0.00022	0.286	0.914	2.45	
50	1,244.96	2.583	0.00015	0.287	0.893	1.63	
<b>Ethylene glycol, <math>\text{C}_2\text{H}_4(\text{OH})_2</math></b>							
0	1,130.75	2.294	$7.53 \times 10^{-6}$	0.242	$0.934 \times 10^{-7}$	615	$0.65 \times 10^{-3}$
20	1,116.65	2.382	19.18	0.249	0.939	204	
40	1,101.43	2.474	8.69	0.256	0.939	93	
60	1,087.66	2.562	4.75	0.260	0.932	51	
80	1,077.56	2.650	2.98	0.261	0.921	32.4	
100	1,058.50	2.742	2.03	0.263	0.908	22.4	
<b>Engine oil (unused)</b>							
0	899.12	1.796	0.00428	0.147	$0.911 \times 10^{-7}$	47,100	$0.70 \times 10^{-3}$
20	888.23	1.880	0.00090	0.145	0.872	10,400	
40	876.05	1.964	0.00024	0.144	0.834	2,870	
60	864.04	2.047	$0.839 \times 10^{-4}$	0.140	0.800	1,050	
80	852.02	2.131	0.375	0.138	0.769	490	
100	840.01	2.219	0.203	0.137	0.738	276	
120	828.96	2.307	0.124	0.135	0.710	175	
140	816.94	2.395	0.080	0.133	0.686	116	
160	805.89	2.483	0.056	0.132	0.663	84	
<b>Mercury, Hg</b>							
0	13,628.22	0.1403	$0.124 \times 10^{-6}$	8.20	$42.99 \times 10^{-7}$	0.0288	$1.82 \times 10^{-4}$
20	13,579.04	0.1394	0.114	8.69	46.06	0.0249	
50	13,505.84	0.1386	0.104	9.40	50.22	0.0207	
100	13,384.58	0.1373	0.0928	10.51	57.16	0.0162	
150	13,264.28	0.1365	0.0853	11.49	63.54	0.0134	
200	13,144.94	0.1570	0.0802	12.34	69.08	0.0116	
250	13,025.60	0.1357	0.0765	13.07	74.06	0.0103	
315.5	12,847	0.134	0.0673	14.02	81.5	0.0083	

<sup>†</sup>Adapted to SI units from E. R. G. Eckert and R. M. Drake, *Heat and Mass Transfer* 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1959.

Tabel A-5. Sifat-sifat udara pada tekanan atmosfer<sup>†</sup>

The values of $\mu$ , $k$ , $c_p$ , and Pr are not strongly pressure-dependent and may be used over a fairly wide range of pressures							
$T, K$	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c_p$ kJ/kg · °C	$\mu \times 10^5$ kg/m · s	$\nu \times 10^6$ m <sup>2</sup> /s	$k$ W/m · °C	$\alpha \times 10^4$ m <sup>2</sup> /s	Pr
100	3.6010	1.0266	0.6924	1.923	0.009246	0.02501	0.770
150	2.3675	1.0099	1.0283	4.343	0.013735	0.05745	0.753
200	1.7684	1.0061	1.3289	7.490	0.01809	0.10165	0.739
250	1.4128	1.0053	1.5990	11.31	0.02227	0.15675	0.722
300	1.1774	1.0057	1.8462	15.69	0.02624	0.22160	0.708
350	0.9980	1.0090	2.075	20.76	0.03003	0.2983	0.697
400	0.8826	1.0140	2.286	25.90	0.03365	0.3760	0.689
450	0.7833	1.0207	2.484	31.71	0.03707	0.4222	0.683
500	0.7048	1.0295	2.671	37.90	0.04038	0.5564	0.680
550	0.6423	1.0392	2.848	44.34	0.04360	0.6532	0.680
600	0.5879	1.0551	3.018	51.34	0.04659	0.7512	0.680
650	0.5430	1.0635	3.177	58.51	0.04953	0.8578	0.682
700	0.5030	1.0752	3.332	66.25	0.05230	0.9672	0.684
750	0.4709	1.0856	3.481	73.91	0.05509	1.0774	0.686
800	0.4405	1.0978	3.625	82.29	0.05779	1.1951	0.689
850	0.4149	1.1095	3.765	90.75	0.06028	1.3097	0.692
900	0.3925	1.1212	3.899	99.3	0.06279	1.4271	0.696
950	0.3716	1.1321	4.023	108.2	0.06525	1.5510	0.699
1000	0.3524	1.1417	4.152	117.8	0.06752	1.6779	0.702
1100	0.3204	1.160	4.44	138.6	0.0732	1.969	0.704
1200	0.2947	1.179	4.69	159.1	0.0782	2.251	0.707
1300	0.2707	1.197	4.93	182.1	0.0837	2.583	0.705
1400	0.2515	1.214	5.17	205.5	0.0891	2.920	0.705
1500	0.2355	1.230	5.40	229.1	0.0946	3.262	0.705
1600	0.2211	1.248	5.63	254.5	0.100	3.609	0.705
1700	0.2082	1.267	5.85	280.5	0.105	3.977	0.705
1800	0.1970	1.287	6.07	308.1	0.111	4.379	0.704
1900	0.1858	1.309	6.29	338.5	0.117	4.811	0.704
2000	0.1762	1.338	6.50	369.0	0.124	5.260	0.702
2100	0.1682	1.372	6.72	399.6	0.131	5.715	0.700
2200	0.1602	1.419	6.93	432.6	0.139	6.120	0.707
2300	0.1538	1.482	7.14	464.0	0.149	6.540	0.710
2400	0.1458	1.574	7.35	504.0	0.161	7.020	0.718
2500	0.1394	1.688	7.57	543.5	0.175	7.441	0.730

<sup>†</sup>From *Natl. Bur. Stand. (U.S.) Circ. 564, 1955.*

Tabel A-6. Sifat-sifat gas pada tekanan atmosfer<sup>†</sup>

Values of $\mu$ , $k$ , $c_p$ , and Pr are not strongly pressure-dependent for He, H <sub>2</sub> , O <sub>2</sub> , and N <sub>2</sub> and may be used over a fairly wide range of pressures							
T, K	$\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	$c_p$ , kJ/kg·°C	$\mu$ , kg/m·s	$\nu$ , m <sup>2</sup> /s	$k$ , W/m·°C	$\alpha$ , m <sup>2</sup> /s	Pr
<b>Carbon dioxide</b>							
220	2.4733	0.783	11.105×10 <sup>-6</sup>	4.490×10 <sup>-6</sup>	0.010805	0.05920×10 <sup>-4</sup>	0.818
250	2.1657	0.804	12.590	5.813	0.012884	0.07401	0.793
300	1.7973	0.871	14.958	8.321	0.016572	0.10588	0.770
350	1.5362	0.900	17.205	11.19	0.02047	0.14808	0.755
400	1.3424	0.942	19.32	14.39	0.02461	0.19463	0.738
450	1.1918	0.980	21.34	17.90	0.02897	0.24813	0.721
500	1.0732	1.013	23.26	21.67	0.03352	0.3084	0.702
550	0.9739	1.047	25.08	25.74	0.03821	0.3750	0.685
600	0.8938	1.076	26.83	30.02	0.04311	0.4483	0.668
<b>Ammonia, NH<sub>3</sub></b>							
273	0.7929	2.177	9.353×10 <sup>-6</sup>	1.18×10 <sup>-5</sup>	0.0220	0.1308×10 <sup>-4</sup>	0.90
323	0.6487	2.177	11.035	1.70	0.0270	0.1920	0.88
373	0.5590	2.236	12.886	2.30	0.0327	0.2619	0.87
423	0.4934	2.315	14.672	2.97	0.0391	0.3432	0.87
473	0.4405	2.395	16.49	3.74	0.0467	0.4421	0.84
<b>Water vapor</b>							
380	0.5863	2.060	12.71×10 <sup>-6</sup>	2.16×10 <sup>-5</sup>	0.0246	0.2036×10 <sup>-4</sup>	1.060
400	0.5542	2.014	13.44	2.42	0.0261	0.2338	1.040
450	0.4902	1.980	15.25	3.11	0.0299	0.307	1.010
500	0.4405	1.985	17.04	3.86	0.0339	0.387	0.996
550	0.4005	1.997	18.84	4.70	0.0379	0.475	0.991
600	0.3652	2.026	20.67	5.66	0.0422	0.573	0.986
650	0.3380	2.056	22.47	6.64	0.0464	0.666	0.995
700	0.3140	2.085	24.26	7.72	0.0505	0.772	1.000
750	0.2931	2.119	26.04	8.88	0.0549	0.883	1.005
800	0.2739	2.152	27.86	10.20	0.0592	1.001	1.010
850	0.2579	2.186	29.69	11.52	0.0637	1.130	1.019

<sup>†</sup>Adapted to SI units from E. R. G. Eckert and R. M. Drake, *Heat and Mass Transfer*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1959.