

## BAB 2

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Pengertian Teori Antrean

Pengertian Teori Antrean Teori antrean pertama kali diciptakan oleh A.K.Erlang, pada tahun 1909- 1910 oleh seorang insinyur ahli matematika berkebangsaan Denmark yang bekerja pada perusahaan telepon yang berhubungan dengan *automatic dialing equipment*, yaitu peralatan penyambungan telepon secara otomatis. Dalam waktu yang padat, operator sangat kewalahan untuk melayani para penelepon secepatnya, sehingga para penelepon harus antre menunggu giliran, yang mungkin cukup lama. Teori ini telah di perluas penerapannya ke masalah umum dengan memasukkan faktor antre dan garis tunggu, yakni suatu garis tunggu pelanggan yang memerlukan layanan dari sistem yang ada, maka terbentuk suatu sistem yang dinamakan sistem antrean. (Sofar Silaen, 2018).

Teori antrean adalah ilmu pengetahuan tentang bentuk antrean, yang merupakan sebuah bagian yang sangat penting bagi operasi dan juga merupakan alat yang sangat berharga bagi *manager* operasi. (Heizer dan Render, 2011). Teori antrean adalah studi matematis yang berkaitan dengan keadaan yang berhubungan dengan segala aspek orang atau barang menunggu untuk dilayani. (Rika Listiyani dkk, 2019).

Menurut (Heizer dan Render, 2016) Antrean adalah orang - orang atau barang dalam sebuah barisan yang sedang menunggu untuk dilayani. Antrean dapat terjadi apabila tingkat kedatangan lebih besar dari tingkat pelayanan. Proses antrean (*queueing process*) adalah suatu proses yang berhubungan dengan

kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris (antrean) jika semua pelayanan sibuk, akhirnya pelanggan akan meninggalkan fasilitas tersebut. Sistem antrean mempunyai prinsip di mana yang datang pertama akan di layani terlebih dahulu (*first come first served*). Dalam hal ini, pelayanan pada antrean akan sangat mempengaruhi pelanggan, maka perusahaan harus memberikan pelayanan yang lebih optimal.

### **2.1.1 Tujuan Sistem Antrean**

Sistem antrean bertujuan untuk meminimumkan dua jenis biaya yaitu, biaya langsung penyediaan fasilitas pelayanan, dan biaya tidak langsung yang timbul karena para pelanggan harus menunggu untuk dilayani. Apabila suatu sistem mempunyai fasilitas pelayanan lebih dari jumlah optimal, maka membutuhkan investasi modal yang berlebihan. Tetapi apabila jumlahnya kurang dari optimal maka hasilnya adalah tertundanya pelayanan (Sunu Jatmika dkk, 2017).

### **2.1.2 Karakteristik Sistem Antrean**

Menurut (Heizer dan Render, 2010), terdapat tiga komponen dalam sebuah sistem antrean, yaitu:

#### **a. Kedatangan atau Masukan Sistem.**

##### **1) Ukuran Populasi**

Terdapat dua populasi dalam ukuran populasi yakni populasi tidak terbatas dan populasi terbatas. Populasi tidak terbatas adalah jika jumlah kedatangan atau pelanggan pada sebuah waktu tertentu hanya sebagian kecil dari semua kedatangan yang potensial. Sedangkan populasi terbatas adalah sebuah antrean yang hanya ada pelayanan dengan jumlah yang terbatas.

##### **2) Perilaku Kedatangan**

Ada tiga karakteristik perilaku kedatangan yaitu pelanggan yang sabar,

pelanggan yang menolak bergabung dalam antrean dan pelanggan yang membelot.

### 3) Pola Kedatangan

Distribusi kedatangan terdiri dari : *Constant arrival distribution* dan *Arrival pattern random*. *Constant arrival distribution* adalah pelanggan yang datang setiap periode tertentu sedangkan *arrival pattern random* adalah pelanggan yang datang secara acak. *Constant arrival distribution* adalah pelanggan yang datang setiap periode tertentu sedangkan *arrival pattern random* adalah pelanggan yang datang secara acak.

### 4) Disiplin Antrean

Disiplin antrean merupakan karakteristik antrean yang mencakup apakah jumlah antrean terbatas atau tidak terbatas. Ada beberapa aturan yang terdapat dalam antrean antara lain:

- a) *First Come First Served* (FCFS) atau *First In First out* (FIFO) yaitu pelanggan yang datang terlebih dahulu akan di layani terlebih dahulu.
- b) *Last Come First Served* (LCFS) atau *Last In First Out* (LIFO) yaitu sistem antrean pelanggan yang datang terakhir akan di layani terlebih dahulu.
- c) *Service in Random Order* (SIRO) yaitu panggilan didasarkan pada peluang secara acak, tidak peduli siapa yang terlebih dahulu tiba untuk dilayani.
- d) *Shortest Operation Times* (SOT) merupakan sistem pelayanan yang membutuhkan waktu pelayanan tersingkat untuk mendapat pelayanan pertama.

### 5) Fasilitas Pelayanan

Dua hal penting dalam karakteristik pelayanan sebagai berikut :

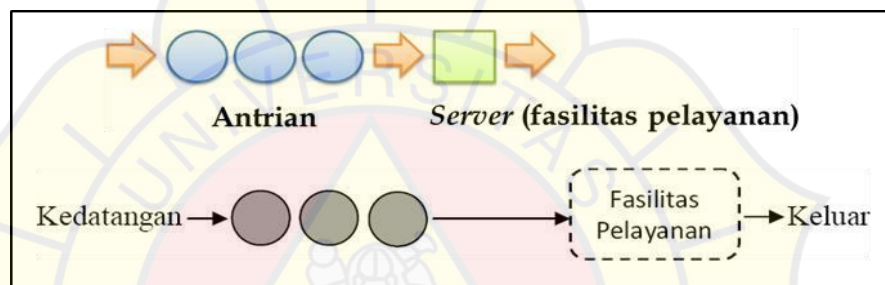
- a) Desain sistem pelayanan

- b) Distribusi waktu pelayanan

### 2.1.3 Struktur Dasar Model Antrean

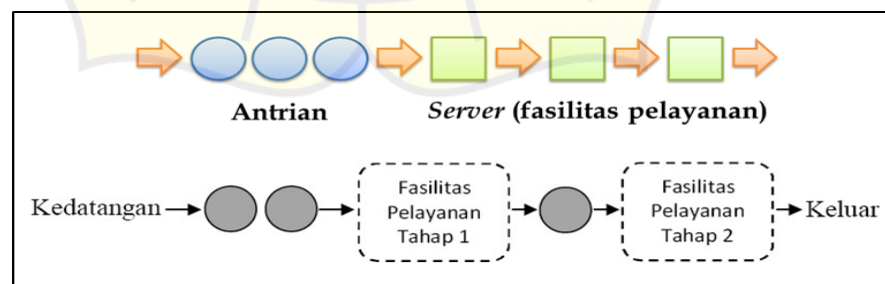
Ada 4 model struktur antrean dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrean :

- a. *Single channel – Single phase* Sistem ini adalah sistem yang paling sederhana. Sistem antrean jalur tunggal (*Single Channel*) berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single phase* berarti hanya ada satu pelayanan. Perhatikan gambar berikut :



**Gambar 2. 1** *Single Channel – Single Phase*

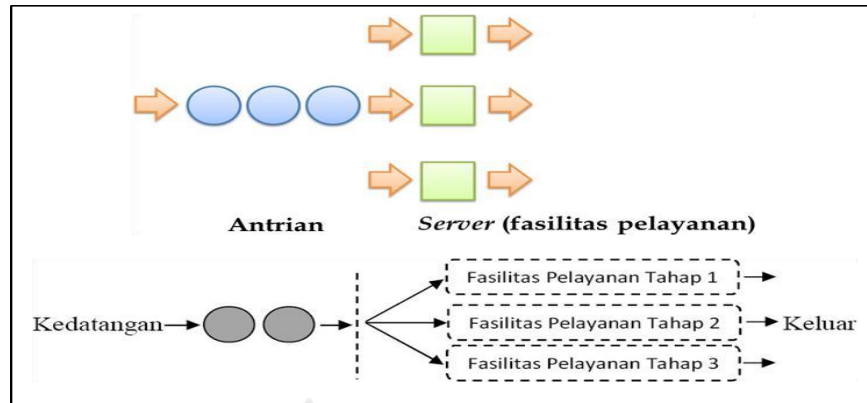
- b. *Single Channel – Multi Phase* sistem antrean jalur tunggal dengan pelayanan berganda merupakan jalur kedatangan yang berganda atau orang yang harus melalui beberapa tahapan pelayanan sebelum keluar dari sistem. Istilah *multi phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan dalam fase-fase. Seperti gambar berikut:



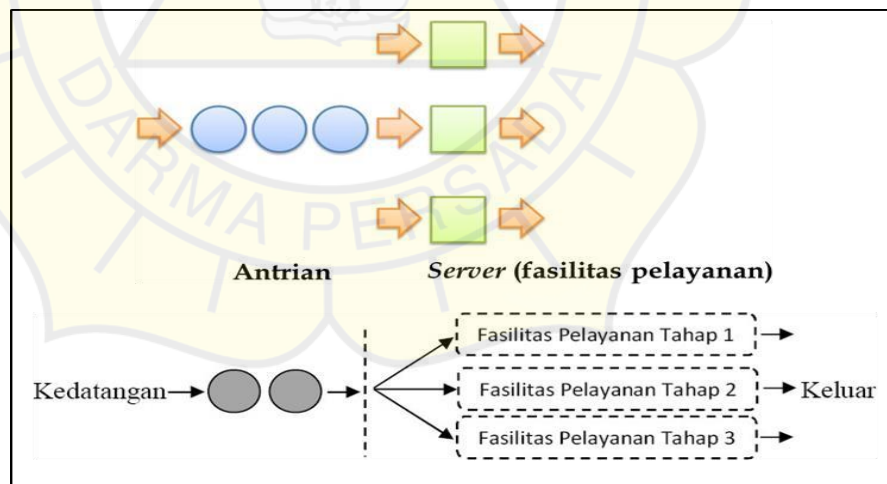
**Gambar 2. 2** *Single Channel Multi Phase*

- c. *Multi Channel – Single Phase* sistem antrean jalur ganda dengan pelayanan tunggal merupakan jalur kedatangan yang bervariasi. Sistem *multi channel – single phase* terjadi kapan saja di mana ada dua atau lebih fasilitas

pelayanan yang dialiri oleh antrian tunggal. Perhatikan gambar berikut:



- d. *Multi Channel – Multi Phase* sistem antrian jalur ganda dengan pelayanan ganda (*Multi Channel – Multi Phase*) memiliki beberapa contoh. Salah satu sebagai contoh, pelayanan pasien yang ada di rumah sakit mulai dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahapnya, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. Terlihat pada gambar berikut ini:



**Gambar 2. 3** *Multi Channel Multi Phase*

## 2.2 Pola Kedatangan dan Pola Pelayanan

### 2.2.1 Pola Kedatangan

Suatu proses kedatangan dalam suatu sistem antrian artinya

menentukan distribusi probabilitas untuk jumlah kedatangan untuk suatu periode waktu. Pada umumnya, suatu proses kedatangan terjadi secara acak dan independen terhadap proses kedatangan lainnya dan tidak dapat di prediksi kapan pelanggan akan datang. Dalam hal ini, distribusi probabilitas *poisson* menyediakan deskripsi yang cukup baik untuk suatu pola kedatangan (M. Safril Bahar dkk, 2018). Fungsi peluang *poisson* digunakan untuk menggambarkan tingkat kedatangan dengan asumsi bahwa jumlah kedatangan bersifat acak dan kedatangan pelanggan antar interval waktu saling tidak mempengaruhi.

### 2.2.2 Pola Pelayanan

Ditentukan oleh waktu pelayanan yaitu waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan pada fasilitas pelayanan. Waktu pelayanan dapat berupa waktu pelayanan konstan ataupun variabel acak yang telah diketahui probabilitasnya. Biasanya jika pelayanan acak, maka analisis antrean menggunakan distribusi eksponensial. (M. Safril Bahar dkk, 2018)

### 2.2.3 Distribusi Poisson

Distribusi poisson merupakan sebuah distribusi probabilitas diskrit yang menjelaskan tingkat kedatangan pada teori antrean. Kedatangan dianggap sebagai kedatangan yang acak apabila kedatangan tersebut tidak terikat satu sama lain dan kejadian kedatangan tersebut tidak dapat diramalkan secara tepat. (Youlinda Noviera dkk, 2015).

Distribusi poisson mempunyai satu parameter  $\lambda$ , yang di sebut parameter intensitas. Variabel acak diskrit  $X$  di katakan berdistribusi poisson dengan parameter  $\lambda > 0$  jika memiliki fungsi densitas peluang yang berbentuk :

$$P(x) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Dimana:

$\lambda$  = Rata – rata jumlah kedatangan per satuan waktu



$t$  = Periode waktu

$x$  = Jumlah kedatangan dalam periode waktu

$P(x)$  = Probabilitas  $x$  kedatangan

$e$  = Bilangan eksponensial (2,71828)

### 2.3 Uji Kecukupan Data

Uji kecukupan data adalah proses pengujian yang dilakukan terhadap data pengukuran untuk mengetahui apakah data yang diambil telah cukup mewakili populasi data yang ada dalam jumlah banyak agar data hasil pengukuran layak untuk digunakan. Namun, pengukuran dalam jumlah banyak sulit dilakukan mengingat keterbatasan-keterbatasan yang ada, baik dari segi biaya, tenaga, waktu dan sebagainya. Sebaliknya, pengukuran dalam jumlah yang sekedarnya juga kurang baik. Karena, tidak idealnya pengukuran harus dilakukan dapat mewakili keadaan yang sebenarnya. Untuk itu, pengujian kecukupan data dilakukan dengan berpedoman pada konsep statistika, yaitu tingkat ketelitian dan tingkat kepercayaan.

- a. Tingkat Ketelitian
- b. Tingkat Kepercayaan

Tingkat kepercayaan menunjukkan besarnya probabilitas bahwa data yang sudah diambil berada dalam tingkat ketelitian yang sebelumnya telah ditentukan. Pengaruh tingkat ketelitian dan kepercayaan adalah semakin tinggi tingkat ketelitian dan semakin besar tingkat kepercayaan, maka semakin banyak pengukuran yang diperlukan.

Adapun rumus yang digunakan untuk uji kecukupan data adalah:

$$N' = \left[ \frac{\frac{k}{s} \sqrt{N \sum x^2 - (\sum x)^2}}{\sum x} \right]^2$$

Dimana:

k = Tingkat Keyakinan (99% = 3, 95% = 2)

s = Derajat Ketelitian

N = Jumlah Data Pengamatan

N' = Jumlah Data Teoritis

x = Data Pengamatan

Rumus tersebut digunakan untuk menghitung jumlah minimum data yang dibutuhkan, dimana N adalah jumlah data dari pengukuran yang dilakukan, x adalah nilai dari data, k adalah tingkat keyakinan dan s derajat ketelitian. Apabila data yang diperoleh lebih besar atau sama dengan jumlah minimum data yang dibutuhkan, dengan kata lain  $N \geq N'$  maka jumlah data yang diperoleh telah cukup mewakili populasi.

### 2.3.1 Model Ukuran Steady State

Analisis sistem antrean memiliki tujuan untuk mengembangkan ukuran - ukuran kinerja sistem untuk mengevaluasi keefektifan sistem secara nyata. Sebelum mengukur kinerja suatu sistem antrean, perlu diperhatikan kondisi *steady state* dari sistem antrean tersebut. *Steady state* merupakan kondisi sewaktu sifat - sifat suatu sistem tidak berubah dengan berjalannya waktu (konstan). (Masfuhurizqi Iman dkk, 2014).

Kondisi *steady state* terpenuhi apabila  $\lambda < \mu$  sehingga  $\rho = \frac{\lambda}{M\mu} <$

1 dengan  $\lambda$  adalah rata-rata jumlah kedatangan,  $\mu$  adalah rata-rata kecepatan pelayanan serta M merupakan fasilitas pelayanan. Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja, yaitu jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem ( $L_s$ ), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrean ( $L_q$ ), waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem ( $W_s$ ), dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrean ( $W_q$ ). (Rany Wahyuningtias dkk, 2013).



Jika  $\rho \geq 1$  maka kedatangan terjadi dengan kelajuan lebih cepat daripada yang dapat ditampung oleh pelayanan. Sedangkan apabila  $\rho = 0$ , maka tidak terjadi kondisi *steady state* karena tidak terjadi antrean sama sekali. Jika suatu sistem belum memenuhi kondisi *steady state* maka perlu ada penambahan jumlah fasilitas pelayanan atau mempercepat waktu pelayanan.

### 2.3.2 Ukuran Keefektifan Model Antrean

Terdapat beberapa rumus yang dapat digunakan untuk menghitung antrean dalam kondisi ukuran *steady state* sebagai berikut:

- a. Probabilitas terdapat 0 orang dalam sistem (tidak ada pelanggan dalam sistem).

$$P_0 = \frac{1}{\left[ \sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{M!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^M \frac{1}{M\mu - \lambda}}$$

- b. Ekspektasi Jumlah Pasien dalam Antrean ( $L_q$ )

$$L_q = \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^{M+1} P_0}{(M-1)! (M - \frac{\lambda}{\mu})^2}$$

- c. Ekspektasi Waktu Menunggu dalam Antrean ( $W_q$ )

$$W_q = \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^M P_0}{(M-1)! \mu (M - \frac{\lambda}{\mu})^2}$$

d. Ekspektasi Waktu Menunggu dalam Sistem ( $W_s$ )

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

e. Ekspektasi Jumlah Pasien dalam Sistem ( $L_s$ )

$$L_s = \frac{L_q}{\rho} + L_q$$

Keterangan :

$M$  = Jumlah fasilitas pelayanan

$\lambda$  = Jumlah kedatangan rata-rata per satuan waktu.

$\mu$  = Jumlah orang yang dilayani per satuan waktu.

$\rho$  = Faktor utilisasi sistem.

$P_0$  = Probabilitas terdapat 0 unit dalam sistem (unit pelayanan kosong).

$L_s$  = Jumlah pasien rata-rata dalam sistem (yang sedang menunggu untuk dilayani).

$W_s$  = Jumlah waktu rata-rata yang dihabiskan dalam sistem (waktu menunggu ditambah waktu pelayanan).

$L_q$  = Jumlah pasien rata-rata yang menunggu dalam antrian.

$W_q$  = Waktu rata-rata yang dihabiskan untuk menunggu dalam antrian.

## 2.4 Arena

Arena adalah salah satu dari banyak aplikasi yang mampu digunakan buat simulasi. Ada dua grup perangkat lunak yg biasa dipergunakan buat simulasi, yaitu bahasa simulasi (*simulation languages*) dan simulator (*high-level simulators*). Simulation languages membutuhkan keahlian pemrograman buat menggunakannya, sedangkan simulators relatif praktis karena memakai user interfaces yang praktis dipahami. Arena ialah campuran berasal keduanya.

Simulatornya cukup memadai untuk mengubah simulator saat menggunakan bahasa simulasi untuk sistem yang kompleks. Arena

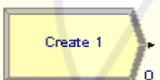


menggabungkan fitur simulator tingkat lanjut dengan fleksibilitas bahasa simulasi SIMAN. Itu juga memiliki kemampuan untuk menambahkan logika menggunakan bahasa pemrograman umum seperti VBA, C, dan C++. Dua modul dalam model simulasi






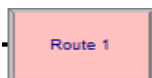
Arena adalah modul flowchart dan modul data. Modul flowchart memodelkan nalar sistem, dan modul data memilih komponen sistem yang akan dimodelkan.

#### 2.4.1 Modul Pada System Arena

Tahapan- tahapan arena Modul yang digunakan pada ARENA 14.0 pada review kali ini adalah sebagai berikut.

**Tabel 2. 1** Modul Arena

No	Nama <i>Module</i>	Deskripsi
<b>Basic Process</b>		
1	<i>Create</i> 	Modul ini digunakan sebagai titik awal entitas dalam model simulasi. Modul ini memungkinkan Anda membuat tampilan entitas dalam simulasi.
2.	<i>Dispose</i> 	Modul ini digunakan sebagai titik akhir untuk entitas model simulasi dan pembangkitan entitas sistem
3.	<i>Process</i> 	Modul ini dimaksudkan sebagai metode pemrosesan utama dalam simulasi. Kemampuan untuk menangkap dan melepaskan sumber daya yang tersedia terbatas. Ada juga kemungkinan untuk menggunakan “sub-model” dan mendefinisikan logika hierarki yang ditentukan pengguna. Waktu pemrosesan dialokasikan kepada entitas dan dapat dianggap sebagai nilai tambah, bukan nilai tambah, ditransfer, menunggu, atau lainnya. Biaya terkait akan ditambahkan ke kategori yang sesuai.

No	Nama <i>Module</i>	Deskripsi
<b>Basic Process</b>		
4.	<b>Decide</b> 	Modul ini membantu menentukan keputusan dalam proses, termasuk beberapa opsi untuk mengambil keputusan berdasarkan satu atau lebih opsi.
5.	<b>Assign</b> 	Modul ini digunakan untuk menetapkan nilai baru untuk variabel, properti entitas, jenis entitas, gambar aset, atau variabel sistem lainnya.
6.	<b>Record</b> 	Modul record digunakan untuk menampilkan data statistik pada model simulasi, jenis data statistik yang dapat ditampilkan adalah waktu antar kedatangan.
7.	<b>Advanced Set Module</b> 	Advanced Set Module mendefinisikan antrean, penyimpanan, dan set lainnya serta bagian terkaitnya. Misalnya: pintu keluar berbeda dalam sebuah toko (antrean).
8.	<b>Expression Module</b> 	Modul ekspresi adalah ekspresi dan nilai terkaitnya. Contoh: Ekspresi kompleks untuk waktu perintah.
<b>Advanced Process</b>		
9.	Modul hold menjaga entitas dalam antren menunggu sinyal atau kondisi tertentu.	
<b>Advanced Transfer</b>		
10.	<b>Route</b> 	Modul route memungkinkan Anda membuat route antar stasiun. Route dapat digunakan antara lain untuk menetapkan waktu perpindahan dari satu stasiun ke stasiun lainnya. Modul ini juga digunakan untuk menentukan arah pergerakan entitas di Stasiun tanpa menggunakan alat seperti forklift, konveyor, dll.

### 2.4.2 **Input Analyzer**

*Input Analyzer* adalah alat di ARENA yang dapat digunakan untuk memilih fungsi distribusi probabilitas dari data input. Selain itu, *input analyzer* juga dapat digunakan untuk mencocokkan fungsi khusus distribusi data file, membandingkan fungsi distribusi, atau menunjukkan efek dari perubahan parameter pada distribusi yang sama. Karena *Input Analyzer* ARENA hanya dapat membaca masukan dalam format.txt, data yang akan dimasukkan harus disimpan terlebih dahulu pada Notepad dengan format.txt. *Input analyzer* menampilkan input data acak, yang kemudian dapat dianalisis dengan fitur *software fitting distribution* untuk menentukan bentuk distribusi yang tepat untuk mendeskripsikan data.

### 2.4.3 **Proses Analyzer**

*Process analyzer* adalah alat tambahan yang tersedia di perangkat lunak ARENA, dan berfungsi untuk membantu mengevaluasi cara lain yang disajikan oleh eksekusi model simulasi skenario yang tidak sinkron. Ini bermanfaat untuk pengembangan contoh simulasi dan pembuatan keputusan, karena proses *analyzer* biasanya menggunakan solusi contoh simulasi untuk memilih skenario mana yang cocok untuk mendapatkan replikasi